

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1993/94

Oktober/November 1993

EUM 201 - MATEMATIK KEJURUTERAAN III

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan kertas soalan ini mengandungi 6 muka surat bercetak dengan ENAM (6) soalan sebelum anda mula menjawab.

Jawab EMPAT soalan: DUA (2) soalan dari Bahagian A dan DUA (2) soalan dari Bahagian B.
Ikatkan jawapan bagi setiap bahagian secara berasingan.

Jawab soalan dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN A: KALKULUS VEKTOR

1. (a) Katakan $\vec{V}(t) = 3 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 4t\vec{k}$.
 Tentukan halaju, kelajuan dan pecutan bagi zarah yang bergerak sepanjang trajektori yang diberi oleh $x = 3 \cos t$; $y = 3 \sin t$; $z = 4t$.
 (20%)
- (b) Dapatkan garis daya bagi medan vektor
 $\vec{V} = \vec{i} - y^2\vec{j} + z\vec{k}$
 yang melalui titik (2,1,1).
 (20%)
- (c) Apakah terbitan berarah bagi fungsi $\phi(x, y, z) = yz^3 + xy^2$ pada titik (2, -1,1) dalam arah vektor
 $\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$?
 (20%)
- (d) Suatu zarah bergerak mengikut arah lawan jam melalui (0,0), (4,0), (1,6).
 Dapatkan kerja yang dilakukan jika daya yang menggerakkan zarah itu diberi oleh,
 $\vec{F} = xy\vec{i} + x\vec{j}$.
 (40%)

2. (a) Berikan takrif bagi kecapahan dan keikalan bagi suatu medan vektor, \vec{V} . Kiralah kecapahan dan keikalan bagi medan vektor,

$$\vec{V} = \sinh(x - z)\vec{i} + 2y\vec{j} + z^2\vec{k}.$$

(30%)

- (b) Dengan mendapatkan fungsi upaya bagi daya, $F(x, y, z)$ yang mana,

$$\vec{F}(x, y, z) = (z^2y - 1)\vec{i} + (e^y + xz^2)\vec{j} + (1 + 2xyz)\vec{k},$$

kiralah kerja yang dilakukan oleh daya bagi menggerakkan suatu objek sepanjang lengkungan licin cebis-cebisan, C dari $(1, 1, 1)$ ke $(-2, 1, 3)$.

[Petua : ϕ ialah fungsi \vec{F} sup aya $\vec{F} = \nabla\phi$].

(40%)

- (c) Nyatakan teorem Gauss. Dengan menggunakan teorem Gauss, dapatkan,

$$\iint_{\Sigma} \vec{F} \cdot \vec{N} ds$$

yang mana $\vec{F} = (x - y)\vec{i} + (y - 4xz)\vec{j} + xz\vec{k}$;

Σ ialah segiempat yang dibatasi oleh satah koordinat $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ dan satah $x = 4$, $y = 2$, $z = 3$.

(30%)

3. (a) Katakan $\phi(x,y,z)$ dan $\Psi(x,y,z)$ mempunyai kebezaan separa peringkat pertama dan kedua yang selanjut dalam K dan dalam permukaan tertutup Σ . Tunjukkan bahawa,

$$\iint_{\Sigma} (\phi \nabla \Psi) \cdot \mathbf{N} \, ds = \iiint_M (\phi \nabla^2 \Psi + \nabla \phi \cdot \nabla \Psi) \cdot dV$$

[Petua : Gunakan $\vec{F} = \phi \nabla \Psi$ dalam teorem Gauss].

(30%)

- (b) Nyatakan teorem Stoke. Tentusahkan teorem Stoke bagi suatu medan vektor dan permukaan yang diberi,

$$\vec{F} = -x\vec{j} + y\vec{k};$$

$$\Sigma \text{ ialah kwn } Z = \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 4.$$

(40%)

- (c) Nilaikan kamiran permukaan

$$\iint_{\Sigma} xyz \, ds \text{ dengan } \Sigma \text{ ialah sebahagian daripada selinder } z = 1 + y^2 \text{ bagi}$$

$$0 \leq y \leq 1 \text{ dan } 0 \leq x \leq 1.$$

(30%)

BAHAGIAN B: ANALISIS KOMPLEKS

4. (a) Jika $z_1 = 2e^{5i}$, $z_2 = 1 + 3i$ and $z_3 = z_1 z_2^*$ ialah tiga nombor kompleks, dapatkan

$$(i) \quad \left| \frac{\sin z_3^*}{\log\left(\frac{z_2}{z_1}\right) + z_2^2} \right| ;$$

$$(ii) \quad \text{Arg} \left(\frac{\exp\left(\frac{3z_1 - z_2}{z_3}\right)}{\cosh(z_3 \log z_2^*)} \right)$$

(50%)

- (b) Selesaikan persamaan $e^{(z + \pi i)} = 2 \sinh z$

(25%)

- (c) Nilaikan

$$\int_{-5}^{2i} (z^3 + iz^2 - \sin z) dz$$

(25%)

5. (a) Tentukan

$$(5 - 12i)^{\frac{2}{5}} ; \left(\frac{3 + 2i}{-1 + i} \right)^{\frac{4}{3}} \quad (30\%)$$

(b) (i) Bincangkan fungsi $w = \log z^2$.

(ii) Jika $w = f(z)$ ialah fungsi analitik, tunjukkan bahawa

(1) $u = x^2 - y^3 + e^y \cosh x$ ialah fungsi u bagi $f(z)$ yang mungkin. Dapatkan v dan w .

(2) $v = e^x \sin y - \sin x \cosh y$ ialah fungsi v bagi $f(z)$ yang mungkin. Dapatkan u dan w .

(40%)

(c) Kamirkan

$$\oint_{c_1+c_2} \frac{\log(\cos z) dz}{z^2(z^4 - 16)}$$

dengan c_1 ialah bulatan $|z - 1| = 2$ dan c_2 ialah bulatan $|z + i| = 2$

(30%)

6. (a) Kiralah $i^{-\sinh i}$; $(\cos i)^{\log i}$.

(30%)

(b) (i) Dapatkan pemetaan menyamabentuk di antara titik-titik $z = 1 + 2i, 5$ dalam satah z dan titik-titik $w = 2 - i, -3i$ dalam satah w yang sepadan dengannya.

(ii) Dapatkan pemetaan dalam satah w bagi suatu segiempat dalam satah z yang dibatasi oleh $(\log 2, 0)$ dan $(\log 3, \pi/2)$ di bawah jelmaan $w = e^{z^*} - 1$.

(50%)

(c) Dapatkan

$$\oint_c \frac{ie^z dz}{(z - 2 + i)^4} \text{ di mana } c \text{ ialah bula tan } |z| = 2 \quad (20\%)$$