

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1992/93

Jun 1993

EUM 201 - MATEMATIK KEJURUTERAAN III

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 5 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

1. a. Jika $\phi = x^2 y z^3$ dan

$\vec{V} = xz \vec{i} - y^2 \vec{j} + 2x^2y \vec{k}$. Carilah nilai,

- (i) $\nabla\phi$;
- (ii) $\nabla \cdot \vec{V}$;
- (iii) $\nabla_x \vec{V}$;
- (iv) $\text{div} (\phi \vec{V})$;
- (v) $\text{Curl} (\phi \vec{V})$.

(50%)

- b. Kerja yang dilakukan oleh daya \vec{F} ke atas suatu zarah diberi oleh kamiran garis,

$$w = \int_c \vec{F} dR.$$

yang mana c ialah laluan yang dilalui zarah. Carilah kerja yang dilakukan ke atas zarah oleh daya,

$$\vec{F} = 2xz \vec{i} + x^3 \vec{j} - z \vec{k}$$

apabila zarah tersebut bergerak sepanjang lengkungan licin dari $(1,0,0)$ ke $(0,2,0)$.

(30%)

- c. Carilah nilai setiap kamiran berikut:

(i) $\iint_R x \cos y \, dA$, $R: 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}$.

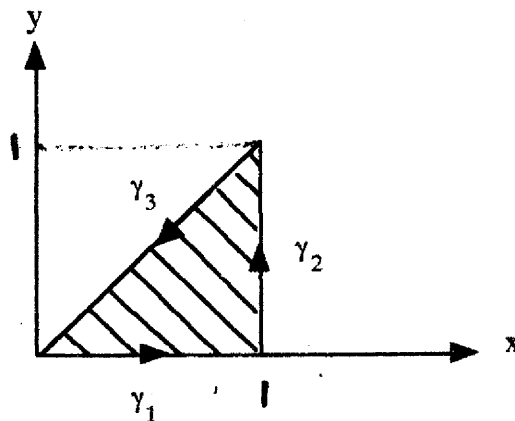
(ii) $\iiint_D 2xe^y \, dv$, $D: 0 \leq z \leq x, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2$.

(20%)

2. a. Nyatakan Teorem Green dalam suatu satah. Dengan menggunakan Teorem Green atau cara lain, dapatkan nilai kamiran garis,

$$\int_{\gamma} xy^3 dx + (x^2 - y^2) dy$$

yang mana γ ialah lengkungan tertutup menyusur arah lawan jam seperti gambarajah di bawah;



(30%)

- b. Nyatakan Teorem Kecapahan Gauss. Dengan menggunakan teorem ini, carilah,

$$\iint_s \vec{F} \cdot \vec{n} ds$$

yang mana $\vec{F} = (x - y)\vec{i} - (y - 4xz)\vec{j} + xz\vec{k}$,

dan s ialah segiempat yang dibatasi oleh satah $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ dan satah $x = 4$, $y = 2$, $z = 3$.

(30%)

- c. Tunjukkan bahawa medan vektor-medan vektor berikut adalah abadi;

(i) $\vec{V} = 2xy \cos z \vec{i} + x^2 \cos z \vec{j} - x^2 y \sin z \vec{k}$.

(ii) $\vec{V} = e^{xyz} [yz \vec{i} + xz \vec{j} + xy \vec{k}]$.

Seterusnya dapatkan juga fungsi upaya $\phi(x, y, z)$ bagi kedua-dua medan vektor tersebut supaya

$$\vec{V} = \nabla \phi.$$

(40%)

3. a. Jika $z_1 = 4 + 3i$ dan $z_2 = e^{-\frac{\pi}{4}i}$ ialah dua nombor kompleks, nyatakan

$$\left| \text{Cosh} \left(\frac{z_1}{\log z_2^*} \right) \right|; \text{Arg.} (e^{z_2 \text{Sin } z_1^*})$$

(30%)

- b. Bincangkan jelmaan $w = \cosh z$.

(20%)

- c. Selesaikan persamaan.

$$e^{-z} \text{Cosh } z = 2 \sinh \frac{z}{2}.$$

(20%)

- d. Carilah nilai kamiran

$$\oint_{c_1+c_2} \frac{e^z}{z^3 - 5z^2 + 4z} dz$$

yang mana c_1 ialah bulatan $|z| = 3$ dan c_2 ialah bulatan $|z - 4| = 1$.

(30%)

4. a. Carilah nilai

(i) $(\sin i)^i$

(ii) $i^{(1-i)}$

(20%)

b. Selesaikan persamaan

$$\sin z = i$$

(20%)

c. Jika $z = x + iy$ dan $f(z) = u + iv$ ialah fungsi analitik,

dan

(i) $u = \sin x \cosh y + 3x^2 y - y^3$ ialah bentuk u yang mungkin, dapatkan v dan $f(z)$.

(ii) $v = y^2 - x^2 - \sinh 2x \sin 2y$ ialah bentuk v yang mungkin, dapatkan u dan $f(z)$.

(30%)

d. Carilah pemetaan menyamabentuk di antara titik-titik $(0, 2i)$ dalam satah z dan titik-titik yang sepadan dengannya, $(1, i)$ dalam satah w . Apakah bentuk dwilelurus jika titik ketiga $z = -1$ dipetakan kepada $w = i - 1$.

(30%)