

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang Akademik 1998/99

SEPTEMBER 1998

EUM 102 - MATEMATIK KEJURUTERAAN II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN (8) muka surat bercetak** dan **ENAM (6) soalan** dan **DUA (2) Lampiran** sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **TIGA (3) BAHAGIAN** iaitu:

BAHAGIAN A, B dan C.

Jawab SEMUA Soalan dalam BAHAGIAN A

dan

Jawab SATU Soalan SETIAP BAHAGIAN B DAN C.

Jawaban BAHAGIAN A akan dipungut $1\frac{1}{2}$ jam selepas bermula peperiksaan.

Agihan markah bagi soalan diberikan di sisi sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

[EUM 102]

BAHAGIAN A:

Bil. Tempat Duduk : _____

Angka Giliran : _____
(Gunakan huruf) _____
(Gunakan angka) _____

Tempat Peperiksaan : _____

Tarikh : _____

BAHAGIAN A : (Jawab SEMUA soalan.)

Bahagian ini akan dipungut $1\frac{1}{2}$ jam selepas bermula peperiksaan.

1. (a) Senaraikan ketiga-tiga operasi baris permulaan yang boleh bertindak ke atas sesuatu matriks:

(i) _____

(ii) _____

(iii) _____

(6 markah)

- (b) Diberi matriks 4×4 berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & -1 \\ 5 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Penentu matriks A ialah

$$|A| = \underline{\hspace{1cm}}$$

(5 markah)

- (c) Diberi persamaan $f(x) = x^2 + 2x - 2$.

- (i) Katakan kita bercadang untuk menggunakan Kaedah Titik Tetap bagi menyelesaikan $f(x) = 0$. Cadangkan satu bentuk $F(x)$ bagi tujuan ini.

$$F(x) = \underline{\hspace{1cm}}$$

(3 markah)

Cadangkan juga satu nilai permulaan x_0 yang sesuai bagi $F(x)$ yang dicadangkan dan jelaskan mengapa anda berpendapat cadangan yang dikemukakan akan memberikan lelaran yang menumpu.

Dicadangkan $x_0 = \underline{\hspace{10cm}}$

(2 markah)

kerana

(4 markah)

- (ii) Katakan kita sekarang pula ingin menggunakan Kaedah Newton-Raphson untuk menyelesaikan $f(x) = 0$. Antara nilai-nilai permulaan berikut yang dicadangkan di bawah, bulatkan atau gariskan nilai yang pada pendapat anda TIDAK boleh digunakan sebagai nilai permulaan

$$x_0 = -2.31, \quad x_0 = -0.99, \quad x_0 = 0.27, \quad x_0 = 1.24, \quad x_0 = 2.30$$

(1 markah)

Jelaskan mengapa anda berpendapat sedemikian.

(4 markah)

2. (a) Nyatakan persamaan di bawah dalam bentuk $x + iy$.

(i) $(1+3i)(2-5i)$ Jawapan: $\underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} 1+3i \\ \times 2-5i \\ \hline 2+10i \\ -2-15i \\ \hline 17-13i \end{array}$ (1 markah)

(ii) $\frac{2+i}{3+4i}$ Jawapan: $\underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} 2+i \\ \times 3-4i \\ \hline 6-8i+3i-4i^2 \\ = 10-5i \end{array}$ (2 markah)

- (b) Nyatakan $z = -8 + 8\sqrt{3}i$ dalam bentuk polar, $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

Jawapan: $z = \underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} -8+8\sqrt{3}i \\ | \\ \sqrt{(-8)^2 + (8\sqrt{3})^2} \\ = 16 \\ \theta = \tan^{-1}(8\sqrt{3}/-8) \\ = 120^\circ \end{array}$ (2 markah)

- (c) Katakan $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y) = z^2 + 3z$.

Dapatkan $u(x, y)$ dan $v(x, y)$. Seterusnya, kira nilai $f(z)$ jika $z = 1 + 3i$.

Jawapan: $u = \underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} z^2 + 3z \\ = (x+iy)^2 + 3(x+iy) \\ = x^2 + 2ixy + iy^2 + 3x + 3iy \\ = x^2 + 3x + (2xy + y^2 + 3)y \end{array}$ (1 markah)

$v = \underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} z^2 + 3z \\ = (x+iy)^2 + 3(x+iy) \\ = x^2 - y^2 + 2ixy + 3x + 3iy \end{array}$ (1 markah)

$f(1+3i) = \underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} (1+3i)^2 + 3(1+3i) \\ = 1+6i+9i^2+3+9i \\ = 1+6i-9+3+9i \\ = -5+15i \end{array}$ (3 markah)

- (d) Nyatakan samada fungsi $f(z)$ yang berikut fungsi analitik atau bukan fungsi analitik.

(i) $f(z) = e^x(\cos y + i \sin y)$ Jawapan: $\underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} e^x(\cos y + i \sin y) \\ = e^x \cdot \text{cis } y \end{array}$ (2.5 markah)

(ii) $f(z) = z - \bar{z}$ Jawapan: $\underline{\hspace{5cm}}$
 $\begin{array}{r} z - \bar{z} \\ = z - (x+iy) \\ = z - x - iy \end{array}$ (2.5 markah)

- (e) Jika A dan B ialah dua peristiwa dengan $p(A) = 0.5$ dan $p(A \cup B) = 0.9$, carilah nilai $p(B)$ bagi peristiwa yang berikut:

- (i) A dan B adalah saling berasingan.

Jawapan: $p(B) = \underline{\hspace{10cm}}$
(2.5 markah)

- (ii) A dan B adalah dua peristiwa bebas.

Jawapan: $p(B) = \underline{\hspace{10cm}}$
(2.5 markah)

- (f) Katakan X ialah pembolehubah bilangan tayar kereta yang tidak berbunga yang dipilih secara rawak dari sebuah tempat letak kereta di USM. Katakan fungsi kebarangkalian bagi X , $p(X = x)$ diberi seperti berikut:

X	0	1	2	3	4
$p(X = x)$	0.8	k^2	$3k^2$	$5k^2$	$2k^2$

Tentukan

(i) nilai k , Jawapan: $k = \underline{\hspace{10cm}}$
(2 markah)

(ii) min bagi X , Jawapan: $\bar{X} = \underline{\hspace{10cm}}$
(1 markah)

(iii) sisihan piawai bagi X . Jawapan: $S = \underline{\hspace{10cm}}$
(2 markah)

- 6 -

BAHAGIAN B : (Jawab hanya SATU soalan.)

3. (a) Tentukan nilai-nilai eigen dan vektor-vektor eigen yang sepadan untuk

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

(10 markah)

- (b) Gunakan Petua Simpson untuk menilaikan

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

dengan mengambil sepuluh sub-selang antara $x = 0$ dan $x = 1$.

Juga, tentukan batas ralat untuk kamiran tersebut.

(15 markah)

4. (a) Gunakan Petua Cramer untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berikut:

$$2x + y + 3z = 9$$

$$3x + 4y + 7z = 16$$

$$x + 2y + z = 2$$

(8 markah)

- (b) Gunakan Kaedah Beza-Bahagi Newton untuk mencari polinomial penginterpolasi yang melalui titik-titik berikut:

$$(-1, 5), (0, 4), (2, 8) \text{ dan } (3, 25)$$

(8 markah)

- (c) Diketahui bahawa terdapat satu punca di antara $x = 1$ dan $x = 2$ untuk fungsi

$$f(x) = 2 \sin x - x$$

dan punca itu lebih dekat kepada $x = 2$.

Gunakan Kaedah Newton-Raphson untuk mengirakan punca tersebut tepat kepada tiga tempat perpuluhan.

(9 markah)

BAHAGIAN C: (Jawab hanya SATU soalan.)

5. (a) Tunjukkan bahawa $f(z) = |z|^2$ adalah bolehbeza hanya pada $z = 0$.

Petua: Gunakan $|z + \Delta z|^2 = (z + \Delta z)(\bar{z} + \Delta \bar{z})$.

(5 markah)

- (b) Carilah fungsi analitik $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ supaya

$$u(x, y) = x^2 - 2xy - y^2.$$

(10 markah)

- (c) Katakan X ialah pembolehubah jumlah air jus oren (dalam liter) dalam botol dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi X diberi sebagai

$$f(X) = \begin{cases} k - k(X - 1)^2 & 0.8 < X < 1.1 \\ 0 & \text{lain-lain} \end{cases}$$

Tentukan

- (i) nilai k ,
- (ii) min dan varians bagi X ,
- (iii) $p(0.9 < X < 1.1)$.

(10 markah)

6. (a) Kebarangkalian kompleks lapangan terbang baru KLIA mendapat anugerah rekabentuk terbaik ialah 0.16. Kebarangkalian mereka mendapat anugerah penggunaan bahan yang berkesan ialah 0.24. Kebarangkalian mereka mendapat kedua-dua anugerah ialah 0.11. Jika mereka memasuki satu pertandingan, apakah kebarangkalian KLIA akan mendapat

- (i) sekurang-kurangnya satu daripada dua anugerah tersebut?

(2 markah)

- (ii) tepat satu anugerah?

(3 markah)

- (b) Data pengukuran kebolehlarutan daripada suatu eksperimen diambil pada paras suhu yang berbeza dan hasilnya adalah seperti yang berikut:

Suhu ($^{\circ}\text{C}$), x	0	4	10	15	21	30	45
Kebolehlarutan (gram), y	60.2	65.1	70.3	75.2	81.2	85.1	100.2

Tentukan

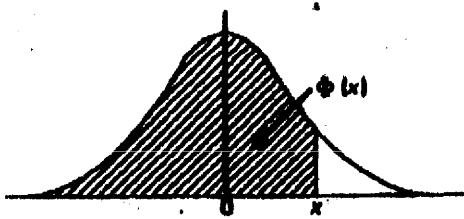
- (i) garis regresi kuasadua terkecil bagi kebolehlarutan terhadap suhu.
(4 markah)
- (ii) anggaran kebolehlarutan pada suhu 25°C ,
(2 markah)
- (iii) 95% selang keyakinan dua hala min bagi kebolehlarutan sekiranya data tersebut tertabur secara normal dengan min μ dan sisihan piawai 1.5.
(4 markah)
- (c) Dapatkan nilai $\int_C f(z)dz$ dengan $f(z) = \text{Im}(z^2)$ dan C ialah garis sempadan segiempat yang melalui koordinat $0, 1, 1+i, i$ secara arah jam.
(10 markah)

oooOOOooo

9. Jadual Taburan Normal.

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



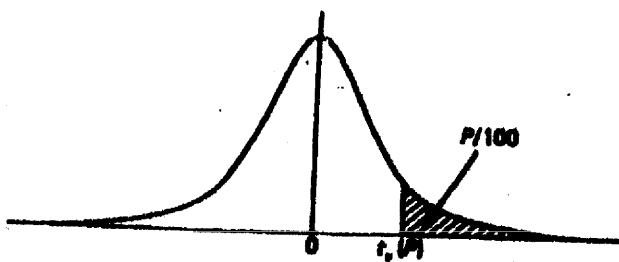
x	$\Phi(x)$								
0.00	0.5000	0.40	0.6334	0.50	0.7081	1.00	0.8849	1.50	0.9452
0.01	0.5040	0.41	0.6391	0.51	0.7110	1.01	0.8869	1.51	0.9463
0.02	0.5080	0.42	0.6428	0.52	0.7139	1.02	0.8888	1.52	0.9474
0.03	0.5120	0.43	0.6464	0.53	0.7167	1.03	0.8907	1.53	0.9484
0.04	0.5160	0.44	0.6500	0.54	0.7195	1.04	0.8925	1.54	0.9493
0.05	0.5190	0.45	0.6736	0.55	0.8023	1.05	0.8944	1.55	0.9503
0.06	0.5230	0.46	0.6772	0.56	0.8052	1.06	0.8962	1.56	0.9513
0.07	0.5270	0.47	0.6808	0.57	0.8078	1.07	0.8980	1.57	0.9525
0.08	0.5310	0.48	0.6844	0.58	0.8106	1.08	0.8997	1.58	0.9535
0.09	0.5350	0.49	0.6879	0.59	0.8133	1.09	0.9015	1.59	0.9545
0.10	0.5390	0.50	0.6913	0.60	0.8159	1.10	0.9032	1.70	0.9554
0.11	0.5430	0.51	0.6930	0.61	0.8186	1.11	0.9049	1.71	0.9564
0.12	0.5470	0.52	0.6935	0.62	0.8212	1.12	0.9066	1.72	0.9573
0.13	0.5510	0.53	0.7019	0.63	0.8238	1.13	0.9082	1.73	0.9582
0.14	0.5550	0.54	0.7034	0.64	0.8264	1.14	0.9099	1.74	0.9591
0.15	0.5590	0.55	0.7048	0.65	0.8289	1.15	0.9115	1.75	0.9599
0.16	0.5630	0.56	0.7123	0.66	0.8315	1.16	0.9131	1.76	0.9608
0.17	0.5670	0.57	0.7157	0.67	0.8340	1.17	0.9147	1.77	0.9616
0.18	0.5710	0.58	0.7190	0.68	0.8365	1.18	0.9162	1.78	0.9625
0.19	0.5750	0.59	0.7224	0.69	0.8389	1.19	0.9177	1.79	0.9633
0.20	0.5793	0.60	0.7257	1.00	0.8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641
0.21	0.5833	0.61	0.7291	1.01	0.8438	1.41	0.9207	1.81	0.9649
0.22	0.5871	0.62	0.7324	1.02	0.8461	1.42	0.9222	1.82	0.9656
0.23	0.5910	0.63	0.7357	1.03	0.8485	1.43	0.9236	1.83	0.9664
0.24	0.5948	0.64	0.7389	1.04	0.8508	1.44	0.9251	1.84	0.9673
0.25	0.5987	0.65	0.7422	1.05	0.8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678
0.26	0.6025	0.66	0.7454	1.06	0.8554	1.46	0.9279	1.86	0.9686
0.27	0.6064	0.67	0.7486	1.07	0.8577	1.47	0.9293	1.87	0.9693
0.28	0.6103	0.68	0.7517	1.08	0.8599	1.48	0.9306	1.88	0.9699
0.29	0.6141	0.69	0.7549	1.09	0.8621	1.49	0.9319	1.89	0.9706
0.30	0.6179	0.70	0.7580	1.10	0.8643	1.50	0.9332	1.90	0.9713
0.31	0.6217	0.71	0.7611	1.11	0.8665	1.51	0.9345	1.91	0.9719
0.32	0.6255	0.72	0.7642	1.12	0.8686	1.52	0.9357	1.92	0.9726
0.33	0.6293	0.73	0.7673	1.13	0.8708	1.53	0.9370	1.93	0.9732
0.34	0.6331	0.74	0.7704	1.14	0.8729	1.54	0.9382	1.94	0.9738
0.35	0.6368	0.75	0.7734	1.15	0.8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744
0.36	0.6406	0.76	0.7764	1.16	0.8770	1.56	0.9406	1.96	0.9750
0.37	0.6443	0.77	0.7794	1.17	0.8790	1.57	0.9418	1.97	0.9756
0.38	0.6480	0.78	0.7823	1.18	0.8810	1.58	0.9429	1.98	0.9761
0.39	0.6517	0.79	0.7852	1.19	0.8830	1.59	0.9441	1.99	0.9767
0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.9773

10. Jadual Taburan -t.

This table gives percentage points $t_v(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}v + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2}v)} \int_{t_v(P)}^{\infty} \frac{dt}{t^{v/2} (1 + t^2/v)^{(v+1)/2}}.$$

Let X_1 and X_2 be independent random variables having a normal distribution with zero mean and unit variance and a χ^2 -distribution with v degrees of freedom respectively; then $t = X_1/\sqrt{X_2/v}$ has Student's t -distribution with v degrees of freedom, and the probability that $t > t_v(P)$ is $P/100$. The lower percentage points are given by symmetry as $-t_v(P)$, and the probability that $|t| > t_v(P)$ is $2P/100$.



The limiting distribution of t as v tends to infinity is the normal distribution with zero mean and unit variance. When v is large interpolation in v should be harmonic.

P	40	30	25	20	15	10	5	2.5	2	0.5	0.2	0.05
$v = 1$	0.3249	0.7265	1.0000	1.3764	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3	636.6
2	1.2857	0.6172	0.8165	1.0607	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33	31.60
3	1.767	0.844	0.7649	0.9785	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.41	12.92
4	1.707	0.5686	0.7407	0.9410	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.8672	0.5594	0.7267	0.9195	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.038	5.893	6.869
6	1.2648	0.5334	0.7176	0.9057	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.632	0.5491	0.7111	0.8960	1.119	1.415	1.893	2.365	3.098	3.499	4.785	5.408
8	1.619	0.5459	0.7064	0.8889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.966	3.355	5.501	5.042
9	1.610	0.5435	0.7057	0.8834	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.8602	0.5415	0.6998	0.8791	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
12	1.2566	0.5399	0.6974	0.8733	1.088	1.363	1.796	2.202	2.718	3.106	4.083	4.477
14	1.650	0.5386	0.6955	0.8726	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	3.18
16	1.656	0.5375	0.6938	0.8702	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	2.21
18	1.658	0.5366	0.6924	0.8681	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	2.787	1.140
20	0.8579	0.5357	0.6912	0.8662	1.074	1.341	1.753	2.132	2.602	2.947	3.733	4.073
22	1.2576	0.5350	0.6901	0.8647	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.911	3.686	4.015
24	1.653	0.5344	0.6892	0.8633	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.963
26	1.657	0.5338	0.6884	0.8620	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.932
28	1.659	0.5333	0.6876	0.8610	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
30	0.8567	0.5329	0.6870	0.8600	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
32	1.2566	0.5325	0.6864	0.8591	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.537	3.819
34	1.654	0.5321	0.6858	0.8583	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
36	1.653	0.5317	0.6853	0.8575	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.483	3.768
38	1.652	0.5314	0.6848	0.8569	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
40	0.8561	0.5312	0.6844	0.8562	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
42	1.2560	0.5309	0.6840	0.8557	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.433	3.707
44	1.659	0.5306	0.6837	0.8551	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
46	1.658	0.5304	0.6834	0.8546	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
48	1.657	0.5302	0.6830	0.8542	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
50	0.8556	0.5300	0.6828	0.8538	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
52	1.2555	0.5297	0.6823	0.8530	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
54	1.653	0.5294	0.6818	0.8523	1.053	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
56	1.652	0.5293	0.6814	0.8517	1.052	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
58	1.651	0.5288	0.6810	0.8512	1.051	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
60	0.8550	0.5286	0.6807	0.8507	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
62	1.2547	0.5278	0.6794	0.8489	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.281	3.496
64	1.645	0.5272	0.6786	0.8477	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
66	1.649	0.5258	0.6765	0.8446	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
68	0.8533	0.5244	0.6745	0.8416	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291