

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1991/92

Jun 1992

EUM 102 - Matematik Kejuruteraan III

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat tercetak dan ENAM soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA (5) soalan. Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi tiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tunjukkan bahawa persamaan kebezaan,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy - 4x^3y^3}{3x^4y^2 - x^2}$$

ialah persamaan tepat. Seterusnya, carilah penyelesaian khusus bagi persamaan kebezaan itu jika diberi  $y = 2$  bila  $x = 1$ .

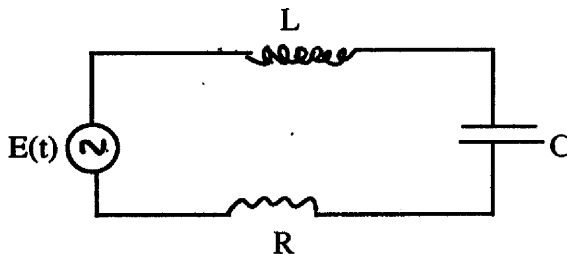
(30%)

- (b) Selesaikan persamaan Euler-Cauchy berikut:

$$x^2y'' + 7xy' + 13y = 0$$

(30%)

- (c) Litar elektrik yang ditunjukkan di bawah



diberi model matematik dalam bentuk persamaan kebezaan,

$$Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{q(t)}{C} = E(t) \quad ;$$

yang mana L ialah induktans, R ialah rintangan, C ialah Kapasitans, E(t) ialah elektromotif yang berubah dan q(t) ialah cas pada masa t.

Katakan L, R dan C suatu litar, masing-masingnya diberi sebagai 1 henri, 300 ohm, dan  $5 \times 10^{-5}$  forad. Juga diberi  $E(t) = 40$  Volts. Carilah cas, q(t) pada sebarang masa t dengan syarat-syarat awalan  $q(0) = 0$  dan  $q'(0) = 0$ .

(40%)

2. (a) Selesaikan persamaan kebezaan berikut:

(i)  $(x^3 - 2) \frac{dy}{dx} = x^2y$  ,  $y(1) = -2$

(ii)  $x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y = 0$  ,  $y(1) = 0$   
 $y'(1) = 2$

(iii)  $(x + y)x dy = ((x + y)(x + 2y) - 2x^2)dx$ ,  
 $y(1) = 1$  .

(40%)

(b) Dengan menggunakan kaedah siri kuasa, dapatkan penyelesaian bagi persamaan kebezaan,

$$y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0$$

(30%)

(c) Jika jisim roket,  $m$ , berubah mengikut masa,  $t$ , semasa bergerak pada ufuk mendatar dan halaju roket,  $V$ , juga berubah disebabkan daya tujah,  $F$ , maka  $M$  dan  $V$  adalah fungsi  $t$  dan model matematikanya diberi,

$$M \frac{dv}{dt} + V \frac{dm}{dt} = F - D$$

yang mana  $D$  ialah daya seretan roket itu. Katakan sebuah roket yang beratnya 96kg bergerak mendatar pada sebarang masa  $t$  dengan daya tujah diberi sebagai,

$$F(t) = \begin{cases} 90e^{0.5t} \text{ kg} & , \quad 0 \leq t < 5 \text{ saat} \\ 0 & , \quad t \geq 5 \text{ saat} \end{cases}$$

dan daya seretan  $D = 6V$  .

Dengan beranggapan bahawa jisim roket itu adalah malar pada sebarang masa  $t$ , tentukan persamaan halaju roket itu, jika halaju awalnya ialah 20m/s.

[Nota : Jisim  $m = \frac{W}{g}$ , dim ana  $W$  ialah berat roket dan  $g$  ialah daya graviti bernilai  $32m/s^2$  ] .

(30%)

...4/-

4. (a) Jelmaan Laplace bagi fungsi  $f(t)$ , ( $t > 0$ ) ditakrifkan sebagai,

$$F(s) = L\{f(t); s\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

Jika  $s$  ialah parameter nyata, berikan syarat yang perlu supaya  $F(s)$  wujud.

Seterusnya tunjukkan bahawa,

$$(i) \quad L\{f'(t); s\} = s F(s) - f(0)$$

dan

$$(ii) \quad L\left\{\int_0^t f(r) dr\right\} = \frac{1}{s} F(s)$$

(30%)

- (b) Jika diberi,

$$f(t) = \begin{cases} t & , \quad 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & , \quad t > 1 \end{cases}$$

Carilah nilai  $F(s) = L\{f(t); s\}$

Seterusnya dapatkan fungsi  $f(t)$  jika Jelmaan Laplace fungsi itu diberi sebagai

$$\frac{4}{(S^2 + 4)(S + 2)} .$$

(40%)

- (c) Dengan menggunakan Jelmaan Laplace, selesaikan masalah nilai awalan berikut:

$$y'' + 3y' + 2y = e^{-x} , \quad y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 .$$

(30%)

4. (a) Katakan A dan B dua peristiwa saling berasingan dengan  $P(A) = 0.25$  dan  $P(B) = 0.55$ . Tentukan,

(i)  $P(A \cup B)$  ;

(ii)  $P(A^c)$  ;

(iii)  $P(A^c \cap B^c)$ .

Seterusnya, jika A dan B dua peristiwa bebas sedemikian hingga  $P(A \cup B) = 0.58$  dan  $P(A \cap B) = 0.12$ , tentukan dua nilai yang mungkin bagi kebarangkalian A berlaku.

(30%)

- (b) Katakan x ialah pembolehubah rawak jumlah air kelapa yang diminum (dalam liter) sehari. Andaikan f.k.k. bagi x diberi,

$$F(x) = \begin{cases} k - 3(x - 1)^2 & , 0.8 < x < 1.2 \\ 0 & , \text{lain - lain} \end{cases}$$

- (i) Tentukan nilai k supaya f(x) benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi x.
- (ii) Carilah kebarangkalian jumlah air kelapa yang diminum di antara 0.9 liter dan 1.1 liter.
- (iii) Dapatkan min dan sisihan piawai bagi x.

(40%)

- (c) Dalam suatu analisis didapati bahawa pentadbiran USM, kurang berpuas hati dengan dua pembekal alat pemrosesan mineral di USM ini. 40% daripada mereka tidak berpuas hati dengan pembekal A. Jika A membekalkan sebanyak 30% daripada bekalan alat tersebut, lukiskan gambar rajah pokok yang menerangkan peristiwa ini. Tentukan kebarangkalian,

- (i) pentadbiran USM kurang berpuas hati dengan bekalan alat pemrosesan mineral itu,
- (ii) alat tersebut dibekalkan oleh bukan pembekal A jika diberi bahawa pentadbiran USM kurang berpuas hati dengan bekalan alat itu.

(30%)

...6/-

5. (a) Katakan A dan B dua peristiwa dengan  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{3}{4}$  dan  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

- (i) Adakah A dan B itu dua peristiwa bebas? Jika ya, mengapa?
- (ii) Tentukan kebarangkalian peristiwa A atau B berlaku.
- (iii) Tentukan kebarangkalian A berlaku dengan syarat B tidak berlaku.

(30%)

(b) Katakan pembolehubah rawak  $x$  mempunyai f.k.k,

$$f(x) = \begin{cases} k\left(\frac{1}{2}\right)^x & , \quad x = 1, 2, 3 \\ 0 & , \quad \text{lain - lain} \end{cases}$$

- (i) Tentukan nilai  $k$  supaya  $f(x)$  benar-benar f.k.k.
- (ii) Carilah  $p(x \geq 2)$  dan  $p(x = 1)$
- (iii) Carilah juga min dan varians bagi  $x$ .

(40%)

(c) Katakan  $x$  ialah pembolehubah rawak tertabur normal dengan min  $\mu = 50$  dan varians  $\sigma^2 = 9$ .

Tentukan nilai  $c$  supaya

- dan
- (i)  $P(x < c) = 0.1$
  - (ii)  $P(50 - c < x < 50 + c) = 0.4$  .

(30%)

6. (a) Katakan sebuah sistem mengandungi dua komponen A dan B. Kebarangkalian komponen A tidak berfungsi ialah 0.01, kebarangkalian komponen B tidak berfungsi ialah 0.02 dan kebarangkalian kedua-dua komponen itu tidak berfungsi ialah 0.001.

(i) Adakah peristiwa komponen-komponen A dan B tidak berfungsi itu sebagai peristiwa bebas?

(ii) Jika diketahui bahawa komponen B tidak berfungsi, apakah kebarangkalian komponen A tidak berfungsi juga?

(iii) Apakah kebarangkalian sekurang-kurangnya satu komponen tidak berfungsi? .

(30%)

(b) Dalam satu kajian didapati, markah ujian EUM 102 tertabur normal dengan min,  $\mu = 60$  dan varians  $\sigma^2 = 100$ . Pelajar akan mendapat gred A jika markahnya melebihi 80 dan gred F jika markahnya kurang dari 45. Jika seorang pelajar yang mengambil ujian EUM 102 dipilih secara rawak, carilah kebarangkalian,

(i) pelajar itu mendapat A ,

(ii) pelajar itu lulus ujian EUM 102,

(iii) pelajar itu lulus ujian tetapi dibawah min markah ujian.

(30%)

(c) Seorang Jurutera Bahan sedang menganalisa kekuatan mampat konkrit. Kekuatan mampat itu tertabur normal dengan min  $\mu$  dan sisihan piawai,  $\sigma = 10$  psi. Suatu sampel rawak 12 contoh konkrit di pilih dan didapati min kekuatan mampatnya ialah  $\bar{x} = 3250$  psi .

(i) Binalah 99% selang keyakinan dua hujung bagi min kekuatan mampat itu.

(ii) Ujilah hipotesis nul,  $\mu_0 = 3210$  psi melawan hipotesis alternatif  $\mu, > 3210$  psi pada paras keertian,  $\alpha = 0.01$  . Apakah kesimpulan anda mengenai ujian ini ? .

(40%)