

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

EUM 102 - Matematik Kejuruteraan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat beserta Lampiran (1 muka surat) bercetak dan ENAM(6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana LIMA(5) soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan persamaan kebezaan

$$(2 + 2y - x) \frac{dx}{dy} + (1 + x - y) dy = 0$$

dengan menggunakan dua kaedah;

- (i) kaedah persamaan tepat ;
- (ii) kaedah penggantian.

Tentukan bahawa penyelesaian am yang diperolehi adalah sama bagi kedua-dua kaedah itu.

(30%)

- (b) Selesaikan persamaan kebezaan.

$$x \frac{dy}{dx} = x(xe^x + 2y)$$

Carilah penyelesaian khusus bagi persamaan kebezaan di atas jika $y = 0$, bila $x = 0$.

(40%)

- (c) Dengan menggunakan kaedah penurunan peringkat, carilah penyelesaian khusus bagi masalah nilai awalan berikut;

$$y'' + 9y' = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

(30%)

2. (a) Diberi Jelmaan Laplace,

$$F(s) = L \{ f(t) \} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Tunjukkan bahawa,

(i) $L \{ f'(t) \} = s F(s) - f(0)$

(ii) $L \left\{ \int_0^t f(r) dr \right\} = \frac{1}{s} F(s)$

(30%)

(b) Carilah fungsi yang mana Jelmaan Laplace fungsi itu ialah :

(i) $\frac{4}{(s+2)(s^2+4)}$ (ii) $\frac{s+1}{s^2+6s+13}$

(40%)

(c) Dengan menggunakan Jelmaan Laplace, selesaikan masalah nilai awalan berikut :

$y'' + 6y' + 13y = 26, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$

(30%)

3. (a) Carilah penyelesaian am bagi persamaan Lagendre .

$(1-x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0$

dalam bentuk siri kuasa yang tak terhingga.

(50%)

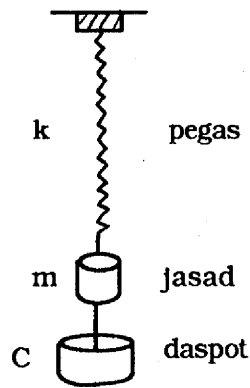
- (b) Pergerakan suatu sistem mekanik teredam boleh diwakili oleh persamaan kebezaan linear dengan pekali-pekali malar.

$$my'' + cy' + ky = 0 \quad \text{----- (1)}$$

m ialah jisim jasad ,

c ialah pekali redaman dan

k ialah modulus pegas (spring modulus).



Sistem Teredam

Jika sistem itu kurang redaman, tunjukkan bahawa penyelesaian persamaan (1) boleh ditulis sebagai,

$$y(t) = e^{-\alpha t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t).$$

$$\alpha = \frac{c}{2m} \text{ dan } \omega = \frac{1}{2m} \sqrt{4mk - c^2}$$

Sebuah bola besi yang mempunyai berat $w = 89.00 \text{ nt}$. meregangkan pegas sepanjang 10 cm . Apakah bentuk pergerakan yang berlaku (dalam bentuk model penyelesaian persamaan kebezaan) jika diberi syarat awalan $y(0) = 0.15 \text{ m}$, $y'(0) = 0$ dan pekali redaman, $C = 100.00 \text{ kg/sec}$. ?

(50%)

4. (a) Jika A dan B dua peristiwa supaya $P(A) = 0.4$ dan $P(A \cap B) = 0.9$, dapatkan nilai $P(B)$ dalam kes-kes yang berikut:

- (i) A dan B saling berasingan ;
 (ii) A dan B adalah bebas.

(20%)

- (b) Katakan x ialah bilangan tayar kereta yang sudah botak bagi sebuah kereta dipilih secara rawak dari tempat letak kereta, di USM, Kampus Cawangan Perak. Katakan fungsi kebarangkalian bagi x diberi oleh,

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.8	k	$3k^2$	$5k^2$	$3k^2$

- (i) Tentukan nilai k supaya fungsi $p(X = x)$ ialah benar-benar fungsi kebarangkalian.
 (ii) Kirakan min dan sisihan piawai bagi bilangan tayar yang botak bagi sebuah kereta.

(iii) Seterusnya, dapatkan kebarangkalian

- (a) Sebuah kereta itu mempunyai sekurang-kurangnya dua buah tayar yang botak.
- (b) Sebuah kereta itu mempunyai sekurang-kurangnya dua buah tayar yang botak diketahui bahawa kereta itu mempunyai sekurang-kurangnya satu tayar botak.

(40%)

(c) Sebuah kilang yang mempunyai dua buah mesin canal M_1 dan M_2 mengeluarkan rod silinder yang mempunyai min garis pusat 2.5cm. Garis pusat-garis pusat rod yang dikeluarkan oleh kedua-dua mesin tersebut adalah tertabur secara normal dengan varians 0.01cm bagi mesin M_1 dan 0.015cm bagi mesin M_2 . Kilang itu mendapati bahawa kerencaman besi yang diterima daripada pembekal mempunyai sedikit perubahan. Hasil dari pemerhatian, didapati bahawa garis pusat rod yang dikeluarkan oleh kedua-dua mesin itu sekarang ini mungkin tidak sama. Suatu sampel rawak garis pusat rod bersaiz 10 dipilih dari hasil pengeluaran bagi setiap mesin dan didapati bahawa min garis pusat rod dari mesin M_1 ialah 2.251cm dan min garispusat rod dari mesin M_2 ialah 2.555cm. Dengan beranggapan kebolehubahan garispusat rod yang dikeluarkan itu tidak bertukar, ujilah hipotesis bahawa min garispusat yang dikeluarkan oleh kedua-dua mesin itu masih sama pada paras keertian $\alpha = 0.05$. Apakah pendapat anda mengenai keputusan itu?

(40%)

5. (a) Fungsi ketumpatan bagi taburan eksponen ialah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x} & , x \geq 0 \\ 0 & , \text{lain-lain} \end{cases}$$

θ ialah parameter yang nyata dan positif.

Tunjukkan bahawa min dan varians bagi taburan eksponen ialah θ dan θ^2 .

Katakan masa hidup sejenis bateri adalah suatu pembolehubah rawak tertabur secara eksponen dengan parameter $\theta = 2$, (diukur dalam unit tahun). Carilah kebarangkalian,

- (i) bateri itu mempunyai masa hidup lebih dari 4 tahun ;
- (ii) sekurang-kurangnya satu daripada 5 bateri tersebut akan mempunyai masa hidup lebih dari 4 tahun.

(50%)

- (b) Seorang Jurutera Awam sedang menganalisa kekuatan mampat konkrit. Kekuatan mampat itu tertabur secara normal dengan varians $\sigma^2 = (100 \text{ psi})^2$. Suatu sampel rawak 12 contoh konkrit dipilih dan didapati min kekuatan mampatnya ialah $\bar{x} = 3250 \text{ psi}$.

- (i) Binalah 95% selang keyakinan dua hujung bagi min kekuatan mampat itu.
- (ii) Binalah 99% selang keyakinan dua hujung bagi min kekuatan mampat itu. Bandingkan perbezaan selang keyakinan yang diperolehi ini dengan bahagian (i). Apakah kesimpulannya?.

- (iii) Ujilah hipotesis nul, $\mu_0 = 3210$ psi melawan hipotesis alternatif $\mu_1 > 3210$ psi pada paras keertian, $\alpha = 0.05$. Apakah kesimpulan anda mengenai ujian ini?

(50%)

6. (a) Kebarangkalian sebuah kereta baru, Proton Super 2020 akan memenangi anugerah rekabentuk terbaik ialah 0.16, kebarangkalian ia akan memenangi anugerah kualiti cat ialah 0.24 dan kebarangkalian ia akan memenangi kedua-dua anugerah tersebut ialah 0.11 di dalam satu pertandingan kereta-kereta baru di Kuala Lumpur.

- (i) Apakah kebarangkalian kereta Proton Super 2020 itu memenangi sekurang-kurangnya satu anugerah?
- (ii) Apakah kebarangkalian ia akan memenangi hanya satu anugerah?

(30%)

- (b) Peratusan pengambilan pelajar-pelajar baru pada sesi 1991/1992 ke Pusat Pengajian Kejuruteraan, Universiti Sains Malaysia, adalah seperti berikut:

30% untuk Pusat Pengajian Kejuruteraan Elektrik dan Elektronik ;

25% untuk Pusat Pengajian Kejuruteraan Mekanik,

25% untuk Pusat Pengajian Kejuruteraan Awam, dan

20% untuk Pusat Pengajian Kejuruteraan Bahan dan Sumber Mineral.

Katakan pada akhir sesi 1991/1992, diketahui bahawa masing-masing Pusat Pengajian Kejuruteraan Elektrik dan Elektronik, Mekanik, Awam dan Bahan Sumber Mineral mempunyai pelajar-pelajar tahun pertama gagal matematik 2%, 4%, 3% dan 5%. Jika seorang pelajar kejuruteraan tahun 1 dipilih secara rawak :

- (i) Apakah kebarangkalian pelajar itu gagal Matematik Kejuruteraan 1 dan 2?
- (ii) Jika pelajar itu lulus matematik kejuruteraan 1 dan 2, apakah kebarangkalian pelajar itu ialah pelajar dari Pusat pengajian Kejuruteraan Elektrik dan Elektronik?

(30%)

- (c) Data berikut ialah data mengenai penggunaan bahan api, y (dalam liter per 100 km) dan purata kelajuan kereta, x (dalam km per jam $\times 10$). Data tersebut diambil dari ujian yang diadakan sebanyak 12 kali.

Y	13.5	13.1	8.5	11.5	12.3	10.4	8.1	9.7	10.8	7.9	11.2	12.7
x	4.3	4.8	7.3	5.4	5.2	6.1	7.6	6.5	5.9	8.3	5.6	4.9

Dapatkan anggaran kuasadua terkecil bagi garis regresi data tersebut. Lakarkan garis regresi ini bersama dengan data mentah di atas kertas graf. Dapatkan juga anggaran penggunaan bahan api bila purata kelajuan kereta ialah 6km per jam $\times 10$.

(40%)

JADUAL JELMAAN LAPLACE

F(s)	f(t)
$\frac{1}{s}, s > 0$	1
$\frac{1}{s^2}, s > 0$	t
$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$	$t^n, n = 1, 2, 3, \dots$
$\frac{1}{s-k}, s > k$	e^{kt}
$\frac{n!}{(s-k)^{n+1}}, s > k$	$e^{kt} t^n, n = 1, 2, 3, \dots$
$\frac{k}{s^2+k^2}, s > 0$	$\sin kt$
$\frac{s}{s^2+k^2}, s > 0$	$\cos kt$
$\frac{m}{(s-k)^2+m^2}, s > k$	$e^{kt} \sin mt$
$\frac{s-k}{(s-k)^2+m^2}, s > k$	$e^{kt} \cos mt$
$\frac{s}{s^2-k^2}, s > k$	$\cosh kt$
$\frac{k}{s^2-k^2}, s > k$	$\sinh kt$
$\frac{k_1-k_2}{(s-k_1)(s-k_2)}, s > k_1, k_2$	$e^{k_1 t} - e^{k_2 t}$
$\frac{2ks}{(s^2+k^2)^2}, s > 0$	$t \sin kt$
$\frac{s^2-k^2}{(s^2+k^2)^2}, s > 0$	$t \cos kt$