

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1988/89

Mac/April 1989

EUM 102 Matematik Kejuruteraan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat berserta lampiran (2 muka surat) yang bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua ENAM (6) soalan. Kesemua soalan mestilah dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Sifir normal dan sifir taburan (Lampiran I dan II) adalah dilampirkan. Mesin pengira elektronik "non-programmable" boleh digunakan. Semua kerja mengira mesti ditunjukkan dengan jelas.

1. (a) Persamaan

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x)$$

adalah persamaan pembezaan linear peringkat pertama. Di sini $p(x)$ dan $f(x)$ selanjut dalam selang (a, b) . Tunjukkan bahawa faktor pengkamir persamaan tersebut diberi oleh λ , dengan

$$\lambda(x) = \exp \left\{ \int_0^x p(t) dt \right\}.$$

Justru itu selesaikan

$$x(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + (x^3 - x^2 - x + 1)y = x^2 e^{-x}.$$

(30%)

- (b) Selesaikan

$$y' = (x + 4y)^2$$

tertakluk kepada $y = 1/8$ bila $x = 0$.

(30%)

- (c) Suatu persamaan getaran

$$\ddot{x} + 2x = F_0 \cos \omega t \quad (*)$$

yang tidak mengandungi sebarang sebutan lembapan dikenakan syarat awal berikut:-

$$x = 0 \text{ bila } t = 0$$

$$\dot{x} = 0 \text{ bila } t = 0.$$

Di sini F_0 dan ω adalah pemalar.. Selesaikan (*) tertakluk kepada syarat-syarat tersebut. Apakah yang akan terjadi jika $\omega \rightarrow \sqrt{2}$?

Sekarang, persamaan (*) ditambah dengan sebutan lembapan $2\dot{x}$ di sebelah kirinya, iaitu (*) menjadi

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x = F_0 \cos \omega t. \quad (**)$$

Tanpa mengenakan sebarang isyarat, selesaikan (**). Apakah penyelesaian ini memberi sifat yang sama seperti penyelesaian di atas apabila $\omega \rightarrow \sqrt{2}$?

(40%)

2. (a) Melalui kaedah variasi parameter, atau cara lain, selesaikan persamaan

$$x^2 y'' - 4xy' + 6y = x^4 \ln x$$

(50%)

- (b) Selesaikan, melalui kaedah siri, persamaan Bessel peringkat 1/2 berikut:-

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0 .$$

(Anda boleh menggunakan keputusan

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m+1}}{(2m+1)!} = \sin x$$

bagi mengemaskan jawapan anda).

(50%)

3. Nyatakan kelas dan peringkat persamaan berikut:-

$$u_t - \alpha^2 u_{xx} = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0.$$

Di sini α adalah pemalar dan tak sifar. Jika persamaan tersebut dikenakan syarat

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(l, t) = 0, \quad t > 0,$$

dan

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

melalui kaedah pemisah pembolehubah, selesaikan masalah ini.

(100%)

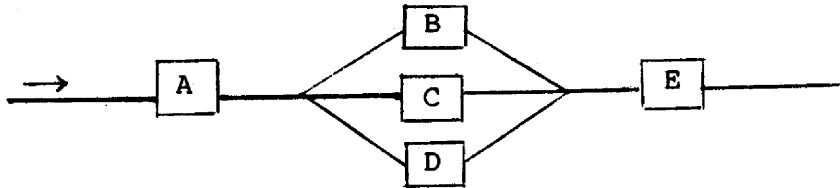
4. (a) Lengkapkan jadual taburan frekuensi yang berikut:-

Kelas	f_i	Tanda kelas X_i	$u_i = \frac{1}{C}(X_i - D)$	$u_i f_i$	$u_i^2 f_i$
185 - 194	4		0		
195 - 204	8				
205 - 214	15				
215 - 224	18				
225 - 234	10		4		
235 - 244	5		5		

- (i) Apakah nilai C dan D?
 (ii) Cari median taburan ini.
 (iii) Cari min dan varians taburan ini.

(40%)

(b) Sebuah sistem elektrik di dalam bentuk seperti ditunjukkan:-



Elektrik dapat mengalir dari kiri ke kanan jika komponen A dan E berfungsi dan salah satu daripada komponen B, C, dan D berfungsi. Kebarangkalian peristiwa komponen-komponen itu rosak adalah

$$P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = P(E) = 0.01$$

dan peristiwa kerosakan komponen-komponen itu adalah tidak bersandar. Cari kebarangkalian bahawa elektrik tidak dapat mengalir dari kiri ke kanan.

(30%)

(c) X ialah pembolehubah rawak diskrit yang mana jadual taburan kebarangkaliannya adalah seperti yang berikut:-

X	0	1	2	3	4
P _i	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{k}{16}$	$\frac{1}{16}$

- (i) Cari nilai pemalar k.
- (ii) Cari $P(X \leq 2)$.
- (iii) Cari min dan varians bagi X.

(30%)

5. (a) Sekeping duit syiling adil dilambungkan 100 kali. Katakan X ialah bilangan kepala yang muncul.

(i) Apakah taburan bagi X .

(ii) Cari kebarangkalian bahawa bilangan kepala yang muncul tidak melebihi 56. (Gunakan penghampiran normal).

(30%)

(b) Suatu populasi bertaburan normal dengan min μ dan sisihan piawai $\sigma = 0.5$. Kita ingin membina satu selang keyakinan 99% bagi μ . Jika dikehendaki panjang selang itu tidak melebihi 0.01 unit, berapakah besar saiz sampel yang patut diambil?

(30%)

(c) Suatu populasi X diketahui bertaburan normal. Jika

$$P(X < 150) = 0.1587$$

$$\text{dan } P(X > 300) = 0.0228$$

Apakah min dan sisihan piawai X ?

(40%)

6. (a) Suatu proses menghasilkan "chip" yang digunakan di dalam peti TV. Daripada satu sampel 200 cerapan didapati 16 daripadanya tidak memenuhi spesifikasi.

(i) Apakah anggaran bagi p , kadaran "chip" di dalam proses penghasilan ini yang tidak memenuhi spesifikasi?

(ii) Dapatkan selang keyakinan 95% bagi p .

(30%)

- (b) Suatu sampel sebanyak 50 cerapan diambil daripada suatu proses yang menghasilkan dawai besi. Kekuatan dawai besi itu diukur dan didapati.

$$\sum_{i=1}^{50} X_i = 2580, \quad \sum_{i=1}^{50} X_i^2 = 133912$$

Berdasarkan maklumat sampel ini, bolehkah kita terima hipotesis bahawa min kekuatan dawai besi proses ini ialah 52? Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.

(30%)

- (c) Sebuah syarikat pemborong mendakwa bahawa berat bersih beras yang dipasarkannya di dalam beg plastik ialah 20 kilogram tiap-tiap beg. Baru-baru ini, pihak penguatkuasa undang-undang peniagaan menjalankan satu ujian. Sampel sebanyak 10 beg telah diambil daripada syarikat itu dan didapati berat-berat bersihnya seperti yang berikut:-

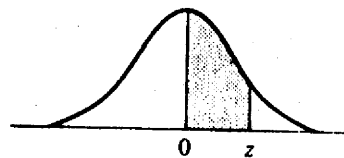
19.85, 19.80, 19.75, 19.95, 20.05
19.95, 19.85, 19.75, 19.90, 19.95

Bolehkah dakwaan syarikat itu diterima? Gunakan $\alpha = 0.05$. Nyatakan anggapan yang diperlukan di dalam analisis anda.

(40%)

Sifir Luas Taburan Normal Piawai

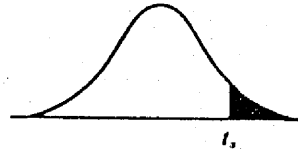
Nilai pemasukan ialah kebarangkalian di antara $z = 0$ dan suatu nilai z yang positif. Luas untuk nilai z yang negatif diperolehi dari prinsip simetri.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Sifir Taburan-t

Nilai t_{α} untuk kebarangkalian yang diberikan



Darjah Kebebasan	Kebarangkalian utk. nilai yg. lebih besar				
	.1	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.565	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.290	1.661	1.984	2.358	2.626
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576