

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

FEBRUARI 1998

EUM 102- MATEMATIK KEJURUTERAAN II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA BELAS (13) muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

**Kertas soalan ini mengandungi TIGA (3) Bahagian iaitu Bahagian A, B dan C.
Jawab SEMUA soalan dalam Bahagian A
Jawab SATU (1) soalan dalam Bahagian B
dan
Jawab SATU (1) soalan dalam Bahagian C.
Jawapan dalam Bahagian A akan dipungut 1½ jam
selepas bermula peperiksaan.**

Agihan markah bagi soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

BAHAGIAN A: (Jawab SEMUA soalan dan jawab di dalam ruangan yang disediakan).

Bahagian ini akan dipungut 1 1/2 jam selepas bermula peperiksaan.

<p>Bil. Tempat Duduk : _____ Gunakan angka</p>
<p>Angka Giliran: _____ Gunakan huruf</p>
<p>Tajuk Kursus: _____</p>
<p>Kod Kursus: _____</p>
<p>Tempat Peperiksaan: _____</p>
<p>Tarikh: _____</p>

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.

1. Diberi sistem persamaan linear yang mengandungi n persamaan dengan n pembolehubah iaitu:

$$A_{n \times n} X_{n \times 1} = B_{n \times 1}$$

Kita takrifkan juga matriks $A_j, j = 1, \dots, n$ yang didapati dari matriks A dengan menggantikan lajur ke j dengan matriks B.

Bulatkan jawapan yang betul bagi pernyataan terhadap sistem persamaan linear yang berikut :

- (a) Jika $|A| = 0$ dan semua $|A_j| = 0$, penyelesaian (wujud / tidak wujud).
Jika wujud, penyelesaian adalah (unik/tak terhingga banyak).
(2 markah)
- (b) Jika $|A| = 0$ tetapi tidak semua $|A_j| = 0$,
penyelesaian (wujud/tidak wujud).
Jika wujud, penyelesaian adalah (unik/tak terhingga banyak).
(2 markah)
- (c) Jika $|A| \neq 0$, penyelesaian (wujud/tidak wujud).
Jika wujud, penyelesaian adalah (unik/tak terhingga banyak).
(2 markah)

Baris-baris r dan s adalah sebarang dua baris dalam sesuatu matriks. Nyatakan ketiga-tiga operasi baris permulaan yang boleh bertindak atas matriks tersebut.

(d) _____

 (2 markah)

(e) _____

 (2 markah)

(f) _____

 (2 markah)

Diberi $\underline{a} = 2\underline{i} + 3\underline{j} + 5\underline{k}$ dan $\underline{b} = -\underline{i} + 2\underline{j} - 4\underline{k}$

(g) $\underline{a} \cdot \underline{b} =$ _____ (2 markah)

(h) $\underline{a} \times \underline{b} =$ _____ (2 markah)

(i) Diberi $\phi = xy^2z$. Grad $\phi =$ _____ (3 markah)

Diberi $\underline{A} = x^2\underline{i} + 2xy\underline{j} + xyz\underline{k}$

(j) $\text{div } \underline{A} =$ _____ (3 markah)

(k) $\text{curl } \underline{A} =$ _____ (3 markah)

2. (a) Fungsi $f(x)$ ditakrifkan oleh

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi \\ -1 & -\pi < x < 0 \end{cases}$$

Apakah nilai penumpuan siri Fourier $f(x)$,

- (i) pada titik $x = 0$ Jawapan _____
 (ii) pada titik $x = \pi$ Jawapan _____
 (iii) pada titik $x = -\pi$ Jawapan _____
 (iv) pada selang $(0, \pi)$ Jawapan _____
 (v) pada selang $(-\pi, 0)$ Jawapan _____

(5 markah)

- (b) Sebatang logam yang panjangnya 100 sm dan kedua-dua hujungnya ditebat memenuhi persamaan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial u}{\partial t}; c \text{ pemalar.}$$

Pada permulaannya separuh batang logam bersuhu 60°C dan separuh batang logam lagi bersuhu 40°C . Tuliskan semua syarat awal dan sempadan yang boleh didapati daripada maklumat di atas.

Jawapan:

(5 markah)

- (c) Nyatakan samada fungsi-fungsi berikut genap, ganjil atau bukan kedua-duanya.

$$(i) \quad f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < \pi \\ 0 & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

$$f(x + 2\pi) = f(x)$$

Jawapan: _____

$$(ii) \quad f(x) = |x| \quad -\pi < x < \pi$$

$$f(x + 2\pi) = f(x)$$

Jawapan: _____

$$(iii) \quad f(x) = x^3 \cos 2x$$

Jawapan: _____

$$(iv) \quad f(x) = (x + 5) \cos 2x$$

Jawapan: _____

$$(v) \quad f(x) = x^2 e^{2x}$$

Jawapan: _____

(5 markah)

- (d) Dalam suatu eksperimen didapati hubungan fungsi polinomial x dan y diberi sebagai

x	$y = f(x)$	Δf	$\Delta^2 f$	$\Delta^3 f$
2	-7.0			
4	9.0			
6	97.0			
8	305.0			
10	681.0			

Lengkapkan jadual di atas dengan nilai Δf , $\Delta^2 f$, $\Delta^3 f$

Dengan menggunakan rumus interpolasi Newton,.

$$f_p = (1 + \Delta)^p \cdot f_0, \quad p = \frac{x_p - x_0}{h}, \quad 0 < p < 1$$

dapatkan nilai $f(4.8) =$ _____

(tepat kepada 3 tempat titik perpuluhan).

(5 markah)

- 8 -

- (e) Sebutkan 3 kaedah berangka untuk menyelesaikan persamaan pembezaan biasa.

- (i) _____
 (ii) _____
 (iii) _____

Menggunakan kaedah Euler, lengkapkan jadual di bawah bagi penyelesaian - persamaan pembezaan $\frac{dy}{dx} = 1 + x - y$ dengan syarat awal $x = 1, y = 2$ tepat kepada 3 tempat titik perpuluhan.

x_n	y_n	$(y')_n$
1.0		
1.2		
1.4		
1.6		
1.8		
2.0		

(5 markah)

BAHAGIAN B: Jawab soalan 3 ATAU soalan 4.

3. (a) Diberi persamaan-persamaan berikut:

$$\begin{aligned} w + 2x + 4y + 5z &= -6 \\ 2w - x - 2y + 3z &= 0 \\ 3w &+ 3z = 0 \\ w + 8x + 7y + 4z &= -2 \end{aligned}$$

Tuliskan sistem persamaan linear tersebut dalam bentuk matriks $AX = B$.

(2 markah)

- (b) Selesaikan sistem persamaan linear dalam bahagian 3(a) dengan menggunakan Petua Cramer.

(8 markah)

- (c) Tentusahkan teorem Green untuk kamiran

$$\oint_c [(x^2 - y^2)dx + (2x - y)dy]$$

yang dinilai mengikut sempadan yang ditakrifkan oleh $x = 0$, $y = 2$ dan $x = y$ dalam sukuan pertama.

(15 markah)

4. (a) Diberi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai-nilai eigen dan vektor-vektor eigen yang sepadan.

(5 markah)

(b) Diberi

$$\underline{r} = a \cos t \underline{i} + a \sin t \underline{j} + ct \underline{k}$$

Tentukan

(i) Nilai mutlak kurvatur, $|K|$

(ii) Nilai mutlak kilasan, $|\tau|$

dalam sebutan a dan c .

(15 markah)

(c) Dengan menggunakan pendekatan vektor, tunjukkan bahawa garisan yang menyambungkan titik-titik tengah dua sempadan suatu segitiga adalah selari dengan sempadan ketiga dan panjangnya adalah separuh panjang sempadan ketiga segitiga tersebut.

(5 markah)

BAHAGIAN C: Jawab soalan 5 ATAU soalan 6.

5. (a) Dengan menggunakan kaedah lelaran Newton-Raphson, dapatkan punca persamaan $f(x) = 2 \ln x - 3 + x$ tepat kepada 3 titik perpuluhan. Anggapkan nilai awalnya $x_0 = 1.5$.

(5 markah)

- (b) Dengan menggunakan kaedah Runge-Kutta, selesaikan persamaan pembezaan,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y \quad \text{bagi} \quad x = 1.0(0.1)1.5$$

dan diberi syarat awal bila $x = 1, y = 0$ dan bila $x = 1, y' = 1.0$.

(10 markah)

- (c) Persamaan gelombang berdimensi satu diberi oleh

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Cari pemesongan $u(x, t)$ apabila syarat-syarat sempadan dan syarat-syarat awal masing-masingnya diberikan oleh:

$$u(0, t) = u(20, t) = 0 \quad \text{bagi semua } t,$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{x}{10} & 0 \leq x \leq 10 \\ \frac{20-x}{10} & 10 \leq x \leq 20 \end{cases}$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_{t=0} = 0$$

(10 markah)

Catatan:

Penyelesaian am gelombang:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \lambda_n t + B_n \sin \lambda_n t) \sin \frac{n\pi x}{L}$$

dengan

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$B_n = \frac{2}{\lambda_n L} \int_0^L g(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$\text{dan } \lambda_n = \frac{cn\pi}{L}$$

6. (a) Tunjukkan bahawa $u(x,t) = e^{-\lambda^2 \alpha^2 t} (A \sin \lambda x + B \cos \lambda x)$ memenuhi persamaan pembezaan separa $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ bagi sebarang pemalar A, B dan λ .

(4 markah)

- (b) Cari siri Fourier yang mewakili fungsi berkala dengan kalaan 2π yang ditakrifkan oleh

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

(11 markah)

- (c) Dengan menggunakan kaedah Doolittle, selesaikan persamaan berikut:

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & -2x_2 & + & x_3 & = & 7 \\ 3x_1 & + & x_2 & -2x_3 & = & -3 \\ 5x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \end{array}$$

(10 markah)

oooOOOooo