

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1992/93

April 1993

EUM 102 - Matematik Kejuruteraan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat bercetak dan LAPAN (8) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas ini mengandungi DUA (2) bahagian, BAHAGIAN A dan BAHAGIAN B.

Jawab LIMA (5) soalan SAHAJA. Sekurang-kurangnya DUA (2) soalan dari setiap bahagian.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukan bagi soalan berkenaan.

Mesin hitung boleh digunakan dan proses kiraan mestilah ditunjuk dengan jelas.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN A (PERSAMAAN KEBEZAAN DAN JELMAAN LAPLACE)

1. a. Selesaikan persamaan kebezaan yang berikut:

~~(i)~~ $y' + e^x \cos y = 0$

(ii) $x^3 y'' + 9x^2 y' + 19xy + 8y = \ln x$

(iii) $x^3 y^{(4)} - 2y' = 0$

(40%)

b. (i) Buktikan bahawa penyelesaian bagi persamaan kebezaan,

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \quad \text{ialah}$$

$$y = y_1 \left[1 + \int \frac{c}{y_1^2} e^{-\int p dx} dx \right]$$

yang mana c ialah pemalar dan y_1 ialah suatu penyelesaian.

Seterusnya dapatkan penyelesaian bagi persamaan kebezaan,

$$y'' - y' + e^{2x}y = 0$$

yang mana $y_1 = \cos(e^x)$.

(ii) Selesaikan persamaan kebezaan

$$y'' + 2y' = e^{-2t} \cosh 3t, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

menggunakan jelmaan Laplace.

(35%)

c. (i) Carilah titik pegun bagi persamaan kebezaan,

$$(y')^2 - e^{-x}y' = y' - e^{-x}, \quad y(0) = 1$$

(ii) Carilah anjakan bagi sistem jisim/spring dibawah ayunan bebas dengan darjah kebebasan satu.

(25%)

2. a. Selesaikan persamaan kebezaan yang berikut:

(i) $\sin(x - y') = \cos x, \quad y(1) = 1$

(ii) $x^2 y'' - 5xy' + 58y = \ln x, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 5$

(iii) $y''' + 3y'' + 4y' + 12y = x^2 - e^{-2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1$

(35%)

b. (i) Buktikan penyelesaian bagi persamaan kebezaan, $y' + p(x)y - q(x)y^\alpha = 0$ ialah

$$y = e^{-\int p \, dx} \left[(1 - \alpha) \int q e^{(1-\alpha) \int p \, dx} \, dx + c \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

yang mana c ialah pemalar. Seterusnya selesaikan persamaan kebezaan

$$y' + 3x^2y - e^{4x^3}y^5 = 0, \quad y(0) = 0$$

(ii) Carilah salah satu penyelesaian bagi persamaan kebezaan $x(x-1)y'' + 3y' - 2y = 0$ dengan menggunakan kaedah Frobenius.

(iii) Dapatkan kestabilan penyelesaian keseimbangan bagi sistem yang berikut:

$$x' = x + 2y \quad y' = x - \sinh t$$

dengan menerangkan penyelesaiannya menggunakan jelmaan Laplace.

(50%)

c. Carilah halaju bagi 1 unit jisim yang bergerak di atas permukaan licin dengan satu daya ($t \cos t$).

(15%)

3. a. Selesaikan persamaan kebezaan yang berikut:

(i) $e^{xy'} = x^x e^{-y}$, $y(1) = 0$

(ii) $y^{(4)} - 4y^{(3)} + 7y'' - 6y' + 2y = 0$, $y(0) = 1$,
 $y'(0) = y''(0) = 0$, $y'''(0) = 2$

(iii) $y y'' = y'^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$

(40%)

b. (i) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan Riccati dengan pembolehubah malar. Seterusnya selesaikan persamaan kebezaan,

$$y' + 2y = 3y^2 - 1 , \quad y(0) = 0 , \quad y'(0) = 1$$

(ii) Terbitkan persamaan kebezaan kamiran Volterra dari persamaan kebezaan,

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = \psi(x).$$

Seterusnya selesaikan persamaan,

$$y''(x) + \int_0^x e^{2(x-t)} y'(t) dt = e^{2x} , \quad y(0) = y'(0) = 0$$

(iii) Selesaikan sistem persamaan tidak linear yang berikut,

$$x' = 2x - y^2 , \quad y' = xy + 3y$$

jika diberi bahawa $x = 2$ satu penyelesaian pada $x' = 5$. Seterusnya carilah klasifikasi bagi titik singular.

(60%)

4. a. Selesaikan persamaan kebezaan yang berikut:

(i) $2(y')^2 - \cos 2x = 1, \quad y(0) = 1$

(ii) $y'' + 3y' + 7y = \cos x + x e^{-x} \sin x$

(iii) $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = e^{-2x} + 16 \cos 2x,$
 $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$

(40%)

b. (i) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan Riccati dengan pekali malar. Seterusnya selesaikan persamaan kebezaan,

$$y' + 2y + e^{2x} y^2 = 9e^{-2x}, \quad s(x) = 3e^{-2x}, \quad y(0) = 4$$

(ii) Selesaikan persamaan kebezaan

$$y'' + 3y' + 2y = 8(t - 2), \quad y(0) = y'(0) = 0$$

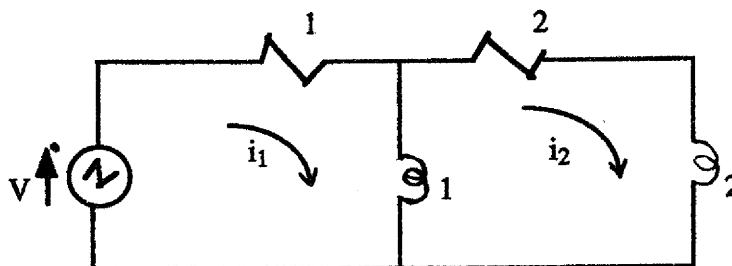
dengan menggunakan jelmaan Laplace.

(iii) Dapatkan kestabilan penyelesaian keseimbangan bagi sistem yang berikut:

$$x' = 2x - y \quad y' = x$$

(35%)

c. Dapatkan keseimbangan bagi litar yang ditunjukkan dibawah. Carilah nilai i_1 dan i_2 . Anggapkan bahawa voltan hantaran ialah $v = \sin t$.



(25%)

BAHAGIAN B (KEBARANGKALIAN DAN STATISTIK)

5. a. Jika A dan B ialah dua peristiwa dengan $p(A) = 0.4$ dan $P(A \cup B) = 0.9$, dapatkan nilai $p(B)$ bagi kes yang berikut:

(i) A dan B saling berasingan,

(ii) A dan B dia peristiwa bebas.

(30%)

b. Sebuah lapangan terbang baru telah dibina di negeri Perak. Kebarangkalian lapangan terbang ini mendapat anugerah terbaik bagi kategori rekabentuk ialah 0.16, kebarangkalian ia mendapat anugerah terbaik bagi kategori penjimatan bahan buatan yang digunakan ialah 0.24. Manakala kebarangkalian lapangan terbang tersebut memenangi kedua-dua anuegerah ialah 0.11.

(i) Apakah kebarangkalian lapangan terbang tersebut memenangi sekurang-kurangnya satu anugerah?

(ii) Apakah kebarangkalian ia akan mendapat tepat satu anugerah sahaja?

(30%)

c. Garispusat suatu cakera bulat (diukur dalam sm) yang dipotong oleh mesin tertentu ialah suatu pembolehubah rawak x dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(x) = \begin{cases} kx(4 - x), & 1 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{lain - lain} \end{cases}$$

(i) Tentukan nilai k supaya $f(x)$ benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian.

(ii) Carilah kebarangkalian garispusat itu tidak melebihi 2 sm.

(iii) Apakah nilai jangkaan dan sisihan piawai bagi garispusat itu ?

(40%)

6. a. Suatu artikel diperiksa oleh dua orang pemeriksa. Kebarangkalian artikel yang rosak mendapat kelulusan pemeriksa pertama ialah 0.1. Kebarangkalian artikel yang rosak ini juga mendapat kelulusan pemeriksa kedua setelah mendapat kelulusan dari pemeriksa pertama ialah 0.5. Apakah kebarangkalian artikel yang rosak mendapat kelulusan kedua-dua pemeriksa?
(20%)
- b. Unit Perkhidmatan Akademik telah membeli masing-masingnya 50%, 30% dan 20% alat OHP dari pembekal A, B dan C. Katakan diketahui bahawa pembekal-pembekal tersebut masing-masingnya telah membekal OHP yang rosak dengan kadar 5%, 2% dan 1%.
- (i) Berapakah peratusan OHP yang dibekalkan ke UPA itu adalah OHP yang rosak?
- (ii) Jika satu OHP dipilih secara rawak dan didapati rosak, apakah kebarangkalian OHP itu sebenarnya telah dibekalkan oleh pembekal A?
(40%)
- c. Mentol sebuah OHP mempunyai min populasi masa hayat 500 jam. Suatu sampel mentol OHP sebanyak 10 buah mentol dipilih dari syarikat A dan min sampel masa hayat ialah 522 jam dan sisihan piawainya 20 jam. Anggapkan masa hayat mentol tersebut tertabur secara normal.
- (i) Adakah data dari sampel itu menunjukkan bahawa min populasi masa hayat itu adalah tidak sama dengan 500 jam? Gunakan paras keertian, $\alpha = 0.05$. Apakah keputusan anda?
- (ii) Dapatkan 95% selang keyakinan dua hala bagi min masa hayat mentol itu.
(40%)

7. a. Katakan X ialah pembolehubah rawak yang bertabur secara normal dengan fungsi ketumpatan kebarangkaliannya,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

Tunjukkan bahawa min dan varians bagi X masing-masingnya ialah μ dan σ^2 .

(30%)

- b. Garispusat suatu gelang omboh (piston ring) tertabur secara normal dengan min 12 sm dan sisihan piawai 0.02 sm.

- (i) Berapakah peratusan gelang omboh yang mempunyai garispusat lebih daripada 12.05 sm?
- (ii) Berapakah peratusan gelang omboh yang mempunyai garispusat gelang omboh itu terletak di antara 11.95 sm dan 12.05 sm. ?

(20%)

- c. Paras pencemaran (y unit) dan kelembapan (x %) di Bandaraya Ipoh di catat pada waktu tengahari selama 10 hari berturut-turut adalah seperti di dalam jadual yang berikut:

.....
 Hari : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

.....
 x : 77 95 30 45 85 50 65 60 63 82

.....
 y : 1.5 4.0 0.5 1.4 2.0 0.8 2.5 2.0 1.7 2.8

.....
 Lakarkan data tersebut pada kertas graf. Dapatkan jangkaan kuasa dua terkecil bagi garis regresi data ini. Dengan menggunakan garis regresi yang diperolehi itu, carilah paras pencemaran bila kelembapannya ialah 75%. Apakah pendapat anda mengenai analisis regresi di atas?

(50%)

8. a. Taburan Poisson mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

yang mana parameter λ ialah malar positif dan nyata.

Tunjukkan bahawa min dan varians bagi pembolehubah rawak X yang tertabur secara Poisson ialah λ .

Katakan bilangan kemalangan yang berlaku di Lebuhraya KL - Ipoh dalam seminggu tertabur secara Poisson dengan $\lambda = 2$.

- (i) Carilah kebarangkalian kemalangan berlaku lebih dari 3 kali seminggu di kawasan itu.
- (ii) Apakah jangkaan bilangan kemalangan yang berlaku dalam seminggu di lebuhraya KL - Ipoh ?.

(50%)

b. Seorang Jurutera Awam sedang menganalisa kekuatan mampat suatu konkrit. Diketahui bahawa kekuatan mampatnya adalah tertabur secara normal dengan varians, $\sigma^2 = 100$ (psi)². Suatu sampel rawak bersaiz 12 dipilih dan didapati min sampel ialah

$$\bar{x} = 3250 \text{ psi.}$$

- (i) Binalah 95% selang keyakinan dua hala bagi min kekuatan mampat konkrit itu.
- (ii) Binalah 99% selang keyakinan dua hala bagi min kekuatan mampat konkrit itu. Bandingkan jawapan ini dengan bahagian (i). Apakah kesimpulan anda.
- (iii) Ujilah hipotesis $\mu_0 = 3210$ psi melawan hipotesis alternatif $\mu_1 > 3210$ psi pada paras keertian, $\alpha = 0.05$. Apakah rumusan anda mengenai ujian ini.

(50%)