

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1991/92

Jun 1992

EUM 101 - Matematik Kejuruteraan II

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan ENAM soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA (5) soalan. Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi tiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Nyatakan aturan L'Hopital. Dengan menggunakan aturan L'Hopital atau cara lain, carilah nilai had berikut (jika wujud):

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (x+1)^{\frac{1}{2}}}{x}$  *wujud  $\frac{0}{0}$*

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 |2-x|}{2-x}$  *wujud  $\frac{0}{0}$  L'Hopital*

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 \sin 3(x-1)^3}{3(x-1)^2(x+1)}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sec x - 1}$

(40%)

(b)

Berikan syarat-syarat supaya suatu fungsi  $f(x)$  itu selanjara pada  $x = a$ .

Kos mingguan,  $C(x)$  bagi menyewa sebuah kereta daripada Syarikat Sagasewa bergantung kepada jumlah jarak perjalanan. Fungsi kos diberikan oleh:

$$C(x) = \begin{cases} 200 & , 0 < x \leq 400 \\ 200 + 0.2x & , 400 < x \leq 1000 \\ 300 + 0.1x & , x > 1000 \end{cases}$$

Adakah terdapat ketidakselanjara fungsi kos itu pada sebarang jarak  $x$ ? Jika ya, berikan nilai jarak tersebut.

(30%)

- (c) Keluaran kuasa bagi sebuah bateri kereta,  $K$  diberi oleh fungsi,

$$K = VI - I^2R$$

yang mana  $V$  ialah voltan,  $I$  ialah arus dan  $R$  ialah rintangan bagi bateri itu. Jika  $V = 240$  volts dan  $R = 10$  ohms, carilah arus yang menyebabkan kuasa bateri itu maksimum.

(30%)

2. (a) Cari  $\frac{dy}{dx}$  bagi fungsi berikut :

(i)  $2y^3 + 3xy^2 - x^3 = 8$  ;

(ii)  $y = x^x, (x > 0)$  ;

(iii)  $y = \arcsin \sqrt{4 - x^2}, (\sqrt{3} < x < 2)$

(30%)

(b) Dengan menentukan titik-titik genting dan titik lengkung balas (jika wujud), lakarkan graf bagi fungsi,

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$$

Tentukan juga selang-selang bagi fungsi tersebut menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

(40%)

(c) Cari kamiran bagi fungsi-fungsi berikut:

(i)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$  ;

[Petua : gunakan gantian  $x = \tan \theta$ ]

(ii)  $\int x \ln x^2 dx$  ;

(iii)  $\int \cos \theta \csc^3 \theta d\theta$

(30%)

3. (a) Katakan  $Z = f(x/y)$  dan  $f$  fungsi boleh beza, tunjukkan bahawa,

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad .$$

Jika  $\phi(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  tunjukkan bahawa  $\phi$  memuaskan persamaan

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad .$$

(30%)

- (b) Dapatkan nilai kamiran berikut:

(i)  $\int_1^e x^3 \ln x \, dx$  ;

(ii)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} \, dx$  ;

(iii)  $\int_0^k x^3 (k^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} \, dx$  .

[Petua : guna gantian  $x = k \sin \theta$ ]

(30%)

- (c) Terangkan kaedah Newton untuk mendapatkan penghampiran punca bagi suatu persamaan. Dengan menggunakan kaedah Newton tersebut, dapatkan penghampiran punca bagi persamaan

$$x^2 + 2x - 10 = 0$$

yang terletak diantara  $x = 2$  dan  $x = 3$ . Berikan jawapan anda tepat kepada tiga titik perpuluhan.

(40%)

4. (a) Tunjukkan bahawa siri  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

p ialah malar sebarang,

(i) menumpu jika  $p > 1$  dan

(ii) mencapah jika  $p \leq 1$ .

(20%)

(b) Tentukan jejari dan selang penumpuan bagi siri kuasa berikut:

(i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$  ;

(ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^{2n}$ .

(30%)

(c) Suatu fungsi  $f(x)$  yang berkala  $2\pi$  dan selang atau selang cebis demi cebis dalam kalam tersebut, dapat dinyatakan sebagai suatu siri Fourier,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

yang mana  $a_0$ ,  $a_n$  dan  $b_n$  ialah pekali-pekali Fourier yang ditakrifkan oleh rumus berikut:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad ;$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad , \text{ dan}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx .$$

Dengan menggunakan takrif di atas, dapatkan suatu siri Fourier bagi fungsi,

$$f(x) = x(\pi^2 - x^2) \quad , \quad -\pi < x < \pi.$$

(50%)

5. (a) (i) Dengan menggunakan ujian kebezaan peringkat ke 2, carilah titik-titik genting bagi fungsi,

$$f(x,y) = (x - y)^2 + xy + 3y.$$

(20%)

- (ii) Carilah nilai maksimum bagi fungsi,

$$f(x,y) = 2x + 3y - x^2 - y^2 \text{ yang dikenakan kekangan } 2x + y = 6.$$

(20%)

- (b) Tentukan nilai kamiran berganda berikut:

$$(i) \int_1^2 \int_0^\pi (3 + \sin \theta) d\theta dr \quad ;$$

$$(ii) \int_0^4 \int_y^{2y} (2x + 3y) dx dy \quad ;$$

$$(iii) \int_1^2 \int_0^3 \int_0^1 (x^2 + y^2 - z^2) dx dy dz \quad .$$

(30%)

- (c) Carilah isipadu yang terkandung diantara permukaan  $f(x,y) = 1 + x^2 + y^2$  dan rantau R yang dibatasi oleh lengkung  $y = \sqrt{x}$  dan  $y = x^2$ .

(30%)

- 6 (a) Tunjukkan bahawa jika  $m$  dan  $n$  ialah integer positif, maka

$$\int \sin(mx) \sin(nx) dx = \begin{cases} \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + C, & \text{jika } m \neq n \\ \frac{x}{2} - \frac{\sin(2mx)}{4m} + C, & \text{jika } m = n \end{cases}$$

Dengan menggunakan keputusan di atas, tunjukkan bahawa,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \sin(nx) dx = \begin{cases} \pi & \text{jika } m = n \\ 0 & \text{jika } m \neq n \end{cases}$$

(30%)

- (b) Jika  $I_n = \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx$ , tunjukkan bahawa  $I_n = \frac{n}{a} I_{n-1}$ . Seterusnya

cari lah nilai kamiran  $\int_0^{\infty} x^9 e^{-2x} dx$ .

(30%)

- (c) NASA telah diberitahu bahawa roket yang ingin dilancarkan itu perlu ditukar sedikit spesifikasinya. Untuk meningkatkan lagi kuasa pecutan roket itu, maka panjang roket itu perlu dikurangkan dari 105m ke 100m dan jejari roket perlu ditambah dari 19m ke 20m. Isipadu roket itu diberi oleh model,

$$V(L,r) = \pi r^2 L$$

yang mana  $L$  ialah panjang roket dan  $r$  ialah jejari roket itu. Dapatkan ralat relatif bagi isipadu roket itu?

(40%)