UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

EUM 101 - Matematik Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Tunjukkan semua kerja. Markah penuh **tidak** akan diberi kepada jawapan yang tidak menunjukkan sebarang kerja.

Mulakan setiap soalan di muka baru. Mesinkira **tidak** dibenarkan dalam peperiksaan ini.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

1. (mengandungi bahagian (a) - (b), (c)[i] - [iii], (d)[i] - [ii] dan (e) - (f))

(a) Nyatakan takrif had bagi bezaan sesuatu fungsi $y = f(x)$.

(8%)

(b) Gunakan takrif di bahagian (a) untuk mencara bezaan bagi

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$$

(12%)

(c) Cari dy/dx jikalau:

[i] $y = \cos\left[\sin\left(3x^2 + 1\right)\right]$, [ii] $xy^3 + 4x^2y + 5x = \sin(3x)$,

[iii] $y = \left(x^2 + 2\right)^{x^2 + 2}$

(30%)

(d) Cari semua selang di mana $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 12$
[i] menokok atau menyusut, dan [ii] bercekung ke atas atau ke bawah.

(12%)

Kemudian, lukiskan graf $y = f(x)$. Dalam graf anda, nyatakan sebarang titik lengkokbalas yang ada serta semua titik di mana $f(x)$ mempunyai minimum dan maksimum relatif.

(14%)

(e) Tunjukkan $g(x) = n(-1 + x^{1/n}) - \ln(x) > 0$ bagi semua $x > 1$ dan sebarang integer n yang positif.

(12%)

(f) Cari polinomial Taylor - Maclaurin peringkat 2 di titik $x = 2$ bagi $h(x) = (x-3)^{1/3}$.

Kemudian, berikan satu nilai hampiran bagi $(-3/2)^{1/3}$ (jawapan dalam bentuk nisbah).

(12%)

2. (mengandungi bahagian (a), (b)[i] - [iv] dan (c) - (d))

(a) Buktikan bahawa, jikalau f(x) selanjar dalam [a,b], kita ada

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a),$$

di mana F(x) ialah antibezaan (antiderivative) fungsi f(x).

(12%)

(<u>Cadangan</u> :

Biar $g(x) = F(x) - \int_a^x f(t)dt.$ Cari bezaan $g(x)$.

Anda boleh menggunakan aturan Leibnitz tanpa bukti.)

(b) Kira nilai setiap kamiran tertentu di bawah:

[i] $\int_0^1 (6x^2+8)(x^3+4x+4)^{3/2}\,dx$, [ii] $\int_0^{\pi/6} t\cos(2t)\,dt$,

[iii] $\int_1^2 2^{\xi^2}\,\xi\,d\xi$, [iv] $\int_4^5 \frac{3x\,dx}{(x-1)(x+3)}$

(48%)

(c) Jikalau

$$J_n = \int_0^1 x^n \exp(x)\,dx, \text{ tunjukkan } J_n = e - nJ_{n-1},$$

bagi $n \geq 1$, di mana $e = \exp(1)$.
(<u>Cadangan</u> : gunakan pengkamiran bahagian demi bahagian.)
Cari nilai J_0, (senang). Kemudian, gunakan keputusan di atas untuk mendapat J_1 dan J_2.

(20%)

(d) Lorekkan rantau yang terkandung oleh lengkung $y = |x|^{1/2}$ dan $y = x^2$. Cari luas rantau ini.

(20%)

3. (mengandungi bahagian (a)[i] - [iv] dan (b) - (c))

(a) Katalah kita ada suatu fungsi

$$f(x, y) = 2 + \sqrt{11 - x^2 - y^2}$$

[i] Cari domain dan julat f(x, y).

(12%)

[ii] Dengan menggunakan paksi yang sama, lukiskan garis kontur f(x, y) = c. [Anda dikehendaki memilih tiga nilai yang sesuai bagi c. Perhatikan bahawa sebarang nilai c yang anda pilih itu mestilah terletak dalam julat f(x, y)].

(12%)

[iii] Lukiskan permukaan z = f(x, y).

(18%)

[iv] Cari satu vektor yang normal (serenjang) dengan permukaan z = f(x, y) di titik P(1, 1, 5).

(12%)

[v] Cari persamaan satah yang tangen kepada permukaan z = f(x, y) di titik P.

(12%)

(b) Cari semua nilai α dan β supaya

$$u(x, y) = (\alpha + 3\beta)x^3 - (2\alpha + \beta)xy^2 + (\alpha + \beta)x^2 - y^2$$

menyelesaikan persamaan Laplace, iaitu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

(16%)

(c) Cari nilai

$$\int_0^1 \int_{y^{1/2}}^1 x^3 \cos(xy)\, dx\, dy.$$

(18%)

4. (mengandungi bahagian (a) - (b) dan (c) [i] - [iv])

(a) Nyatakan takrif-takrif bagi fungsi genap dan ganjil.

(10%)

(b) Jikalau $F(x) = (f(x) + f(-x))/2$ dan $G(x) = f(x) - f(-x))/2$, di mana $f(x)$ ialah suatu fungsi yang diberikan, tunjukkan bahawa $F(x)$ ialah fungsi genap dan $G(x)$ fungsi ganjil.

(14%)

(c) Katakan f(x) ialah suatu fungsi yang tertakrif rapi dalam selang (-L, L) dan f(x) = f(x + 2L) bagi semua x. Fungsi ini mempunyai siri Fourier

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right\}.$$

[i] Nyatakan rumus-rumus kamiran bagi a_0, a_n dan b_n.

(10%)

[ii] Tunjukkan bahawa F(x) dan G(x) seperti yang ditakrifkan di bahagian (b) masing-masing mempunyai siri Fourier

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \text{ dan } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right).$$

(20%)

[iii] Tunjukkan $f\left(L\left(\frac{x}{\pi} - 1\right)\right)$ mempunyai siri Fourier

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left\{ a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx) \right\}.$$

(20%)

[iv] Jikalau L = π, f(x) = 1 bagi x dalam (- π, 0) dan f(x) = -1 bagi x dalam (0, π), cari siri Fourier bagi f(x).

(26%)

- oooOooo -