UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

EUM 101 Matematik Kejuruteraan I

Tarikh: 25 Oktober 1988 Masa: 2.15 petang - 5.15 petang (3 jam)

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

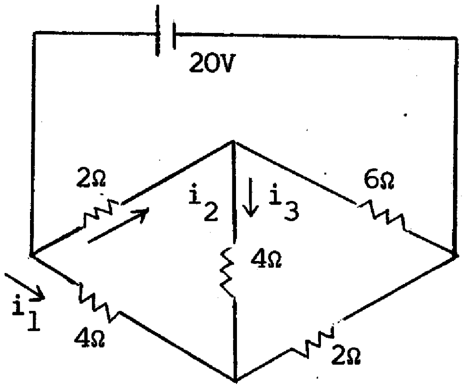
Jawab LIMA (5) soalan. Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Setiap soalan dinilai atas 100 markah dan markah yang diperuntukkan bagi tiap-tiap ceraian soalan ditunjukkan di dalam kurungan ( ).

Buku sifir matematik disediakan. Mesin hitung boleh digunakan dalam komputasi. Semua kerja mengira mesti ditunjukkan dengan jelas.

Gunakan buku jawapan baru bagi setiap soalan dan ikatkannya mengikut susunan.

1. (a) Pada setiap bahagian litar elektrik yang mengandungi nilai rintangan (Ω) sama ada disusun selari atau bersiri, bekalan voltan (V) akan mengalirkan arus i (Amp) yang berlainan. Hukum Kirchoff dapat menghubungkan antara arus dan bekalan voltan supaya dapat membentuk ungkapan matematik yang menghasilkan persamaan serentak.

Daripada rajah di bawah:



Hukum Kirchoff memberikan persamaan-persamaan berikut:

$$2i_2 + 6(i_2 - i_3) = 20$$

$$2i_2 + 4i_3 - 4i_1 = 0$$

$$4i_3 + 2(i_2 + i_3) - 6(i_2 - i_3) = 0$$

Nilaikan i_1, i_2 dan i_3 dengan menggunakan

(i) Petua Kramer

(ii) Kaedah Matriks songsang.

(50%)

(b) Jika y adalah fungsi bagi x dan $x = \dfrac{e^t}{e^t + 1}$

buktikan $\dfrac{dy}{dt} = x(1 - x)\,\dfrac{dy}{dx}$

(10%)

(c) Suatu kawasan segiempat tepat memerlukan 600 m dawai untuk memagarinya. Jika satu sisi segiempat tepat itu adalah x. Ungkapkan luas $y(m^2)$ sebagai suatu fungsi x dan tentukan nilai-nilai x yang mungkin.

(10%)

(d) Selesaikan yang berikut:-

(i) $\displaystyle\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$. Adakah ia menumpu?

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} e^{3x} \sin 4x \, dx$

(30%)

2. (a) Andaikan g(t) menyatakan ketinggian projektil t saat selepas diluncurkan dari bumi dengan laju awalan V_o kaki/saat.

$$g(t) = V_o t - 16t^2, \quad t \geq 0$$

Hitungkan

(ii) laju seketika pada sebarang masa t

(iii) masa yang diperlukan (dalam sebutan V_o) sehingga laju adalah sifar

(iv) laju projektil apabila jatuh ke bumi

(v) laju awalan V_o supaya projektil jatuh ke bumi selepas 1 saat dan 10 saat.

(40%)

(b) Diberi $f(x) = \ell n|x|$, $x < 0$

Tunjukkan bahawa songsang f(x) wujud.
Dapatkan songsang tersebut dan domainnya. Lakarkan graf f(x) dan songsang f(x) secara ringkas.

(25%)

(c) (i) Cari keluasan di antara $y = 4x^2 - x$ dan $y = x$ daripada $x = 0$ dan $x = 4$.

(ii) Cari nilai min bagi fungsi $f(x) = 4x(x-1)(x-2)$ untuk selang $-1 \leq x < 1$.

(35%)

3. (a) f adalah suatu fungsi dari x yang ditakrifkan sebagai $f(x) = (x^2 - 4)^{2/3}$.

(i) Carilah titik genting/kritikal

(ii) nyatakan selang di mana f menokok, menyusut dan kecekungannya

(iii) carilah nilai maksimum dan minimum tempatan

(iv) cari titik lengkuk balas

(v) Lakarkan grafnya.

(40%)

(b) Kamiran berikut:-

$$I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{\cos t}\ dt$$

adalah rumit untuk dinilaikan dengan tepat. Cari suatu selang [a, b] yang terbaik sekali untuk menganggarkan batas-batas pada mana nilai I terletak.

(20%)

(c) Selesaikan persamaan $z + z^5 = 0$. Wakilkan jawapan anda pada gambarajah Argend.

(25%)

(d) Cari persamaan kutub bagi graf yang mempunyai persamaan cartesan

$$y^4 = x^2(a^2 - y^2)$$

(15%)

4. (a) (i) Jika $F(x, y, z) = z \sin \frac{y}{x}$, cari $\frac{\partial F}{\partial S}$ dalam sebutan-sebutan x, y, z dan s.

(15%)

(ii) Jika $y = r + 2s$ dan $x = 2r - s$, cari $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ dalam sebutan-sebutan terbitan bagi f terhadap r dan s dengan anggapan bahawa f mempunyai terbitan-terbitan separa kedua yang selanjar.

(30%)

(b) Katakan suhu pada sebarang titik (x, y, z) di atas persilangan antara satu elipsoid

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} + \frac{z^2}{25} = 1$$

dan satu satah

$$z = x + y$$

adalah

$$T(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 .$$

Dengan menggunakan kaedah pendarab Lagrange,

(i) cari empat titik ekstremum yang mungkin;
(ii) tentukan nilai-nilai ekstremum bagi T.

(55%)

5. (a) Nilaikan

$$\int_{o}^{2} \int_{y}^{2} e^{x^2} \, dx \, dy$$

(20%)

(b) Cari satu kembangan dalam kuasa bagi x untuk fungsi

$$f(x) = \int_{o}^{1} \frac{1 - e^{-ux}}{u} \, du \, .$$

Kemudian, nilaikan

$$\int_{o}^{1} \frac{1 - e^{-u/2}}{u} \, du$$

tepat kepda 2 titik perpuluhan.

(30%)

(c) Di dalam sebuah kilang elektronik, pengeluaran cip bergantung kepada dua input iaitu banyaknya bahan yang digunakan dan bilangan orang-jam yang diperlukan. Harga unit bagi bahan itu ialah \$7 manakala kos per orang-jam ialah \$4 dan harga jualan cip ialah \$9 per unit.

Katakan

banyaknya bahan yang digunakan = 100x,
jumlah bilangan orang-jam = 100y,
bilangan cip output = 100z.

Jika fungsi pengeluaran adalah dinyatakan oleh

$$z = \frac{x}{3} + \frac{y}{3} + 5 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y},$$

cari keuntungan yang maksimum bagi setiap cip dikeluarkan.

(Petunjuk: Keuntungan P = (Harga Jualan) - (Kos Pengeluaran).

(50%)

6. (a) (i) Fluks bagi satu medan vektor

$$\vec{v} = P(x, y, z)\,\vec{i} + Q(x, y, z)\,\vec{j} + R(x, y, z)\,\vec{k}$$

melalui satu permukaan licin $S : z = f(x, y)$ adalah dinyatakan oleh

$$\text{fluks} = \iint_S (-Pf_x - Qf_y + R)\,dx\,dy$$

yang mana

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}.$$

Cari fluks bagi satu medan vektor

$$\vec{v} = x^2\,\vec{i} + y^2\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

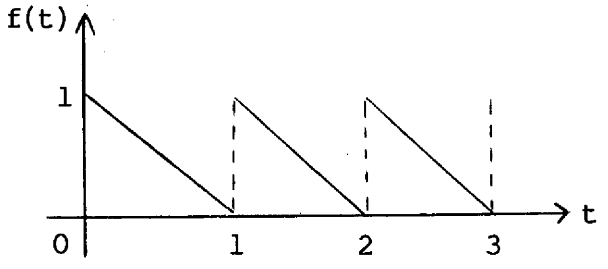
melalui satu permukaan kon $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 \neq 0$, yang mana $x^2 + y^2 \leqslant 1$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, dengan menggunakan koordinat polar.
(Petunjuk: $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$, $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$).

(25%)

(ii) Cari isipadu bagi satu bungkah yang dibatasi atas oleh sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ dan dibatasi bawah oleh kon $z^2 = (x^2 + y^2)\cot^2\alpha$, yang mana α adalah satu pemalar dengan $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi$.

(30%)

(b) Satu sistem komunikasi elektronik mengeluarkan satu bentuk gelombang yang berkala seprti berikut:-



yang mana $f(t)$ adalah satu fungsi isyarat pada masa t saat.

Tunjukkan bahawa bentuk gelombang itu boleh diwakili oleh satu siri Fourier dalam bentuk kompleks seperti berikut:-

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi n}\right) e^{j\left(2\pi nt - \frac{\pi}{2}\right)}$$

(45%)

- oooOooo -