

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang Akademik 1993/94

Jun 1994

EUM 101 - Matematik Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 11 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA(5) soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Berikan takrif keselanjaran suatu fungsi $y = f(x)$ pada $x = a$.
Seterusnya dapatkan nilai k supaya fungsi,

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 1 & x \neq 1 \\ 2x + k & x = 1 \end{cases}$$

adalah selanjara pada $x = 1$.

(20%)

- (b) Buktikan bahawa $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$

Tentukan setiap limit berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$,

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - e^{-x}}$,

(iii) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$,

(40%)

- (c) Sebuah syarikat telah mendapati bahawa keuntungan yang diperolehi hasil dari pengiklannya adalah diberi oleh fungsi,

$$P(x) = -3x^3 + 225x + 50, \quad 0 < x < 10.$$

Tentukan keuntungan maksimum yang diperolehinya itu.

(10%)

- (d) Dapatkan terbitan pertama bagi setiap fungsi-fungsi berikut:

(i) $f(x) = \frac{-5x}{4\sqrt{x+1}},$

(ii) $f(x) = \sin \left[\frac{x-2}{x^2-5x+6} \right],$

(iii) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{1+x^2}}$

(30%)

2. (a) Selesaikan setiap kamiran tak tentu berikut:

$$(i) \int 3x \sqrt{3x^2 + 7} \, dx ;$$

$$(ii) \int \frac{1 + e^{2x}}{e^x} \, dx ;$$

$$(iii) \int \frac{\sin (\ln 3 z^2)}{z} \, dz ;$$

$$(iv) \int (\ln 2z) \sqrt{z} \, dz .$$

(40%)

(b) Dapatkan setiap kamiran tentu berikut:

(i) $\int_0^3 (x + 1)^3 dx$;

(ii) $\int_1^2 \ln y dy$;

(iii) $\int_1^3 \frac{e^{3/x}}{x^2} dx$;

(iv) $\int_0^{\pi/4} e^{\sin t} \cos t dt$

(40%)

(c) Nilaikan kamiran gandadua berikut:

(i) $\int_{-1}^2 \int_1^4 (6x^2y - 2x) dx dy$;

(ii) $\int_1^e \int_0^1 \ln x dy dx$

(20%)

3. (a) Jika $h = h(x, y)$ dan $x = 2s - t$, $y = s + 2t$, selesaikan s dan t dalam sebutan x dan y . Seterusnya dapatkan,

(i) $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$;

(ii) $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$;

(iii) $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}$

dalam sebutan terbitan-terbitan terhadap s dan t . Tunjukkan bahawa,

$$5 \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] = \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

(60%)

- (b) Terangkan kaedah Newton-Raphson bagi mendapatkan penghampiran punca bagi suatu persamaan.

Dengan menggunakan tiga lelaran berturut-turut dalam kaedah Newton-Raphson, dapatkan punca positif yang terkecil bagi fungsi,

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$

jika diberi nilai awal $x_0 = 0$.

(40%)

4. (a) Diberi,

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 15$$

Carilah titik-titik genting bagi fungsi di atas, dan tentukan nilai maksimum atau minimum tempatan atau titik lengkung balas (jika wujud). Lakarkan graf bagi fungsi tersebut dengan memberikan selang-selang bagi fungsi itu menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

(50%)

- (b) Nilaikan,

(i) $\int_1^e x^2 \ln x \, dx$

(ii) $\int_0^1 \frac{e^x}{2 + e^x} \, dx$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} \, dx$

(30%)

- (c) Carilah isipadu yang terkandung di antara permukaan,

$$f(x, y) = \sqrt{1 + x + y}$$

dan rantau segiempat dalam satah $x - y$ yang ditakrifkan oleh ketaksamaan $2 \leq x \leq 7$ dan $0 \leq y \leq 1$.

(20%)

- 8 -

5. (a) Tentukan samada siri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ berikut

menumpu atau mencapah:

$$(i) \quad a_n = \frac{5n^3 + 2n - 1}{n^4 + 3};$$

$$(ii) \quad a_n = \frac{5n}{(2n+1)!};$$

$$(iii) \quad a_n = \frac{4 + \cos n}{n^3}$$

(30%)

- (b) Dapatkan jejari penumpuan bagi siri kuasa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$$

Carilah nilai x supaya siri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n(x^2+1)^n}$

menumpu secara mutlak.

(40%)

(c) (i) Jika $h(x)$ fungsi ganjil, buktikan bahawa $|h(x)|$ dan $h^2(x)$ adalah fungsi genap.

(ii) Tunjukkan bahawa siri Fourier bagi fungsi

$$g(x) = \frac{x^2}{4}, \quad -\pi < x < \pi$$

diberi oleh,

$$\frac{x^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$$

(30%)

6. (a) Katakan vektor $\underline{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 8\vec{k}$ dan vektor $\underline{b} = -i - j - 9k$.

Carilah;

- (i) $\underline{a} \cdot \underline{b}$;
 (ii) $\underline{a} \times \underline{b}$;
 (iii) $|\underline{a} \times \underline{b}|$; dan
 (iv) sudut di antara \underline{a} dan \underline{b} .

(30%)

- ~~6)~~ Nyatakan perbezaan matriks simetri dan matriks simetri pencong.

Jika matriks A diberi sebagai;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

Carilah matriks songsang bagi A dan tentusahkan bahawa

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = I.$$

(30%)

(c) Selesaikan sistem persamaan yang berikut:-

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 6$$

$$-x_1 + x_2 + 2x_3 = 2$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4$$

menggunakan kaedah:

- (i) matriks songsang ; dan
- (ii) penghapusan Gauss.

(40%)

oooOOOooo