

JIM 416 – Reka Bentuk & Analisis Ujikaji

Masa : 3 jam

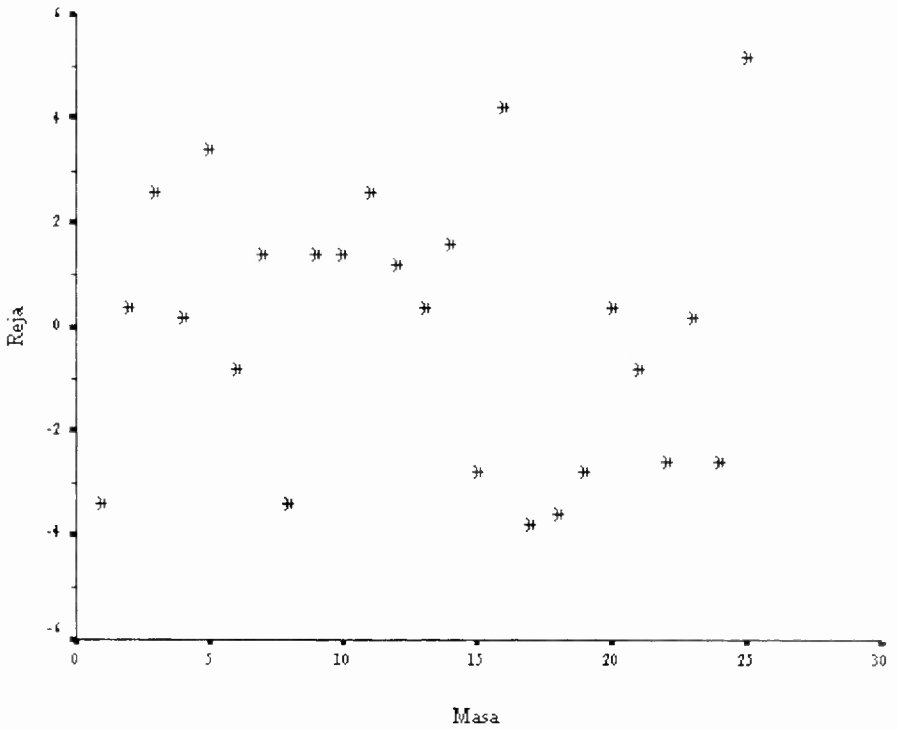
Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Diberikan plot reja lawan jujukan masa.



- (i) Apakah kegunaan plot ini?
- (ii) Maklumat apakah yang dapat dikumpul daripada plot ini?
- (iii) Selain daripada plot reja lawan masa, fikirkan cara yang lain untuk mengesan (i).

(50 markah)

(b) Jadual berikut memberikan suatu contoh rekabentuk blok tak lengkap seimbang separa.

Blok	Gabungan Rawatan		
1	1	2	3
2	3	4	5
3	2	5	6
4	1	2	4
5	3	4	6
6	1	5	6

...3/-

Perihalkan rekabentuk ini dengan menyatakan bilangan aras rawatan, bilangan aras blok, bilangan larian di dalam setiap blok, bilangan blok yang menerima setiap rawatan, kelas-kelas sekutu dan sebagainya.

(20 markah)

(c) Berikut diberikan jadual analisis varians (ANOVA) bagi suatu eksperimen.

Punca Ubahan	Darjah Kebebasan	Jangkaan Min Kuasa Dua	Min Kuasa Dua
<i>A</i>	2	$\sigma^2 + bn\sigma_{\tau\gamma}^2 + cn\sigma_{\tau\beta}^2 + n\sigma_{\tau\beta\gamma}^2 + \frac{bcn\sum\tau_i^2}{a-1}$	308.39
<i>B</i>	3	$\sigma^2 + an\sigma_{\beta\gamma}^2 + acn\sigma_{\beta}^2$	58.52
<i>C</i>	2	$\sigma^2 + an\sigma_{\beta\gamma}^2 + abn\sigma_{\gamma}^2$	2.52
<i>AB</i>	6	$\sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta\gamma}^2 + cn\sigma_{\tau\beta}^2$	134.91
<i>AC</i>	4	$\sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta\gamma}^2 + bn\sigma_{\tau\gamma}^2$	44.77
<i>BC</i>	6	$\sigma^2 + an\sigma_{\beta\gamma}^2$	40.37
<i>ABC</i>	12	$\sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta\gamma}^2$	19.26
Ralat	36	σ^2	34.67
Jumlah	71		

Binakan ujian *F* hampiran bagi menguji $H_0: \tau_i = 0$.

(30 markah)

2. (a) Pertimbangkan model ANOVA tiga-faktor

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

$i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; k = 1, 2, \dots, c$ dan $l = 1, 2, \dots, n$. Menurut aturan mendapatkan hasil tambah kuasa dua

- (i) bagaimanakah bilangan saling tindak balas ditentukan daripada k faktor? Sahkan aturan ini dengan menggunakan contoh model ANOVA tiga-hala yang diberikan.
- (ii) terdapat tiga jenis subskrip. Apakah jenis-jenis subskrip tersebut? Berikan contoh jenis-jenis subskrip tersebut dengan menggunakan model yang diberikan.

(iii) darjah kebebasan sesuatu kesan itu bergantung kepada jenis subskrip yang ada pada kesan tersebut. Oleh yang demikian dapatkan darjah kebebasan pada kesan $(\tau\beta\gamma)_{ijk}$.

(iv) rumus hasil tambah kuasa dua sesuatu kesan itu bergantung kepada ungkapan terkembang darjah kebebasan. Oleh yang demikian kembangkan darjah kebebasan di dalam (iii) dan dapatkan rumus lengkap hasil tambah kuasa dua bagi SS_{ABC} .

(50 markah)

(b) Pertimbangkan rekabentuk 2^4 . Andaikan terdapat 3 replika bagi ujikaji ini.

(i) Nyatakan susunan piawai rekabentuk ini.

(ii) Tanpa membentuk jadual + dan - bagi (i) berikan rumus SS_{ABC} di dalam sebutan susunan piawai.

(20 markah)

(c) Pertimbangkan rekabentuk 3^4 yang terbaaur di dalam 9 blok. Andaikan kesan ABC dan AB^2D^2 digunakan untuk menghasilkan kontras takrif. Dapatkan blok prinsipal rekabentuk ini.

(30 markah)

3. (a) Diberikan rekabentuk 3^{4-2}_{III} dengan $I = AB^2C$ dan $I = BCD$ seperti di dalam jadual berikut:

0000	0111	0222
1021	1102	1210
2012	2120	2201

(i) Sahkan bahawa rekabentuk ini merupakan ahli-ahli blok prinsipal bagi rekabentuk 3^4 yang terbaaur di dalam 9 blok dengan kontras takrif yang dihasilkan daripada AB^2C dan BCD .

(ii) Dapatkan struktur alias yang lengkap bagi kesan utama A, B, C dan D .

(iii) Andainya terdapat dua replika sahaja bagi rekabentuk ini, binakan jadual ANOVA yang terdiri daripada punca ubahan dan darjah kebebasan sahaja.

(50 markah)

...5/-

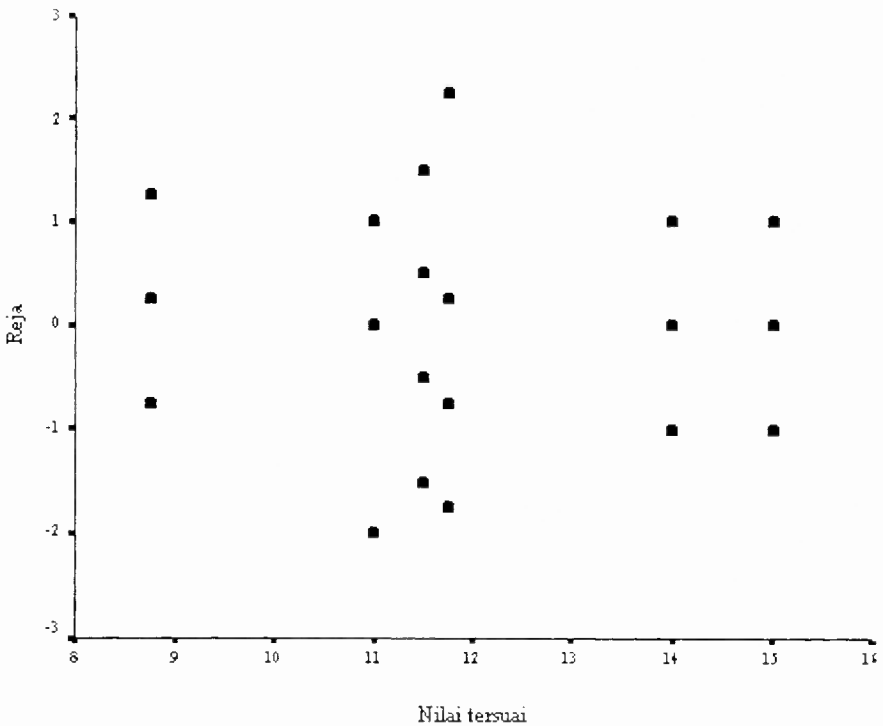
(b) Data daripada kajian terhadap kepincangan hasil daripada 3 jenis mesin diberikan seperti berikut.

Mesin Spindel	1		2		3	
	1	2	1	2	1	2
	12	8	14	12	14	16
	9	9	15	10	10	15
	11	10	13	11	12	15
	12	8	14	13	11	14
Jumlah spindel	44	35	56	46	47	60
Jumlah mesin	79		102		107	

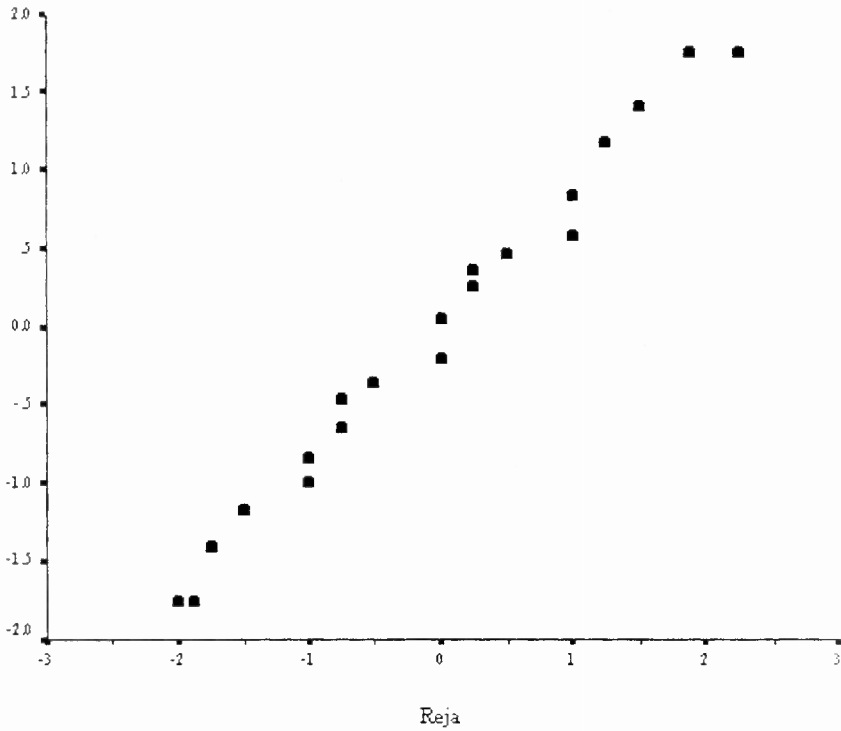
Di dalam setiap mesin terdapat 2 spindel. Bagi setiap spindel 4 hasil dipilih secara rawak. Mesin dan spindel adalah kesan tetap. Diberikan juga

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 y_{ijk}^2 = 3582.$$

- (i) Analisis data ini.
- (ii) Jalankan semakan reja berdiagnosis berdasarkan plot-plot berikut.



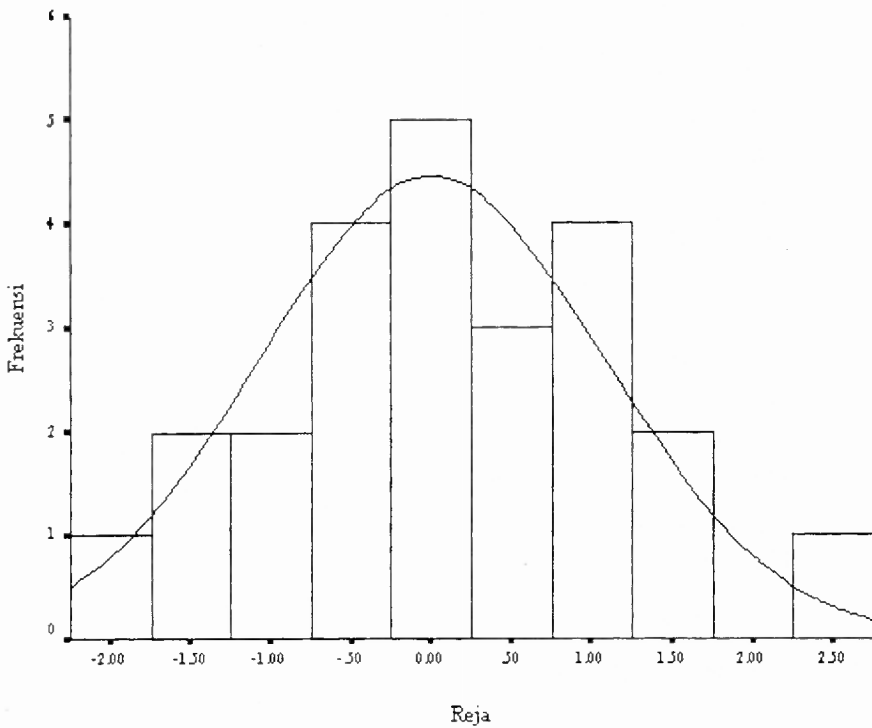
Rajah 1. Reja (e_{ijk}) lawan nilai tersuai (\hat{y}_{ijk}).



Rajah 2. Plot nilai normal terjangka* (\hat{z}_{ijk}) lawan reja (e_{ijk}).

Nota: *Nilai normal terjangka boleh menggantikan kebarangkalian normal terlonggok.

...7/-



Rajah 3. Histogram reja (e_{ijk}).

(50 markah)

4. (a) Di dalam suatu kajian ubatan, penyelidik menggunakan rekabentuk belahan-belahan plot. Di dalam plot keseluruhan terdapat rawatan utama, juruteknik (3 orang) dan blok (4 hari). Di dalam subplot terdapat dos (3 aras) dan di dalam sub-subplot terdapat ketebalan kulit kapsul (4 aras). Andaikan hari sebagai rawak, manakala juruteknik, dos dan ketebalan kulit kapsul sebagai tetap. Berikut diberikan maklumat jangkauan min kuasa dua ($E(MS)$) dan hasil tambah kuasa dua (SS) kesan-kesan di dalam kajian ini:

Punca ubahan	E(MS)	SS
Plot Keseluruhan		
Hari	$\sigma^2 + 36\sigma_\tau^2$	48.410
Juruteknik	$\sigma^2 + 12\sigma_{\tau\beta}^2 + 24\sum\beta_j^2$	248.347
Hari x Juruteknik	$\sigma^2 + 12\sigma_{\tau\beta}^2$	161.153
Subplot		
Dos	$\sigma^2 + 12\sigma_{\tau\gamma}^2 + 24\sum\gamma_k^2$	20570.056
Hari x Dos	$\sigma^2 + 12\sigma_{\tau\gamma}^2$	112.111
Juruteknik x Dos	$\sigma^2 + 4\sigma_{\tau\beta\gamma}^2 + 4\sum\sum(\beta\gamma)_{jk}^2$	125.944
Hari x Juruteknik x Dos	$\sigma^2 + 4\sigma_{\tau\beta\gamma}^2$	113.889
Sub-subplot		
Kapsul	$\sigma^2 + 9\sigma_{\tau\delta}^2 + 12\sum\delta_l^2$	3806.910
Hari x Kapsul	$\sigma^2 + 9\sigma_{\tau\delta}^2$	313.118
Juruteknik x Kapsul	$\sigma^2 + 3\sigma_{\tau\beta\delta}^2 + 2\sum\sum(\beta\delta)_{jl}^2$	126.486
Hari x Juruteknik x Kapsul	$\sigma^2 + 3\sigma_{\tau\beta\delta}^2$	167.569
Dos x Kapsul	$\sigma^2 + 3\sigma_{\tau\gamma\delta}^2 + 2\sum\sum(\gamma\delta)_{kl}^2$	402.278
Hari x Dos x Kapsul	$\sigma^2 + 3\sigma_{\tau\gamma\delta}^2$	70.444
Juruteknik x Dos x Kapsul	$\sigma^2 + \sigma_{\tau\beta\gamma\delta}^2 + \frac{1}{3}\sum\sum(\beta\gamma\delta)_{jkl}^2$	205.889
Hari x Juruteknik x Dos x Kapsul	$\sigma^2 + \sigma_{\tau\beta\gamma\delta}^2$	172.056

Binakan jadual ANOVA bagi kajian ini dan jalankan analisis terhadapnya. (50 markah)

- (b) Diberikan jadual ANOVA tak lengkap untuk model tersuai regresi ringkas, $\hat{y} = -0.2879 + 0.4566x$.

Punca Ubahan	SS	dk	MS	F
Regressi	119.26	?	?	?
Ralat	?	?	?	
Jumlah	127.73	11		

- (i) Ujian apakah yang dapat dijalankan disini? Lengkapkan jadual ANOVA di atas dan jalankan ujian tersebut.
- (ii) Dapatkan anggaran bagi σ^2 .

(20 markah)

(c) Diberikan model peringkat kedua yang disuaikan kepada data

$$\hat{y} = 79.9408 + 0.9949x_1 + 0.5151x_2 - 1.3770x_1^2 - 1.0018x_2^2 + 0.2500x_1x_2.$$

Jalankan analisis kanonik terhadap model ini.

(30 markah)

5. (a) Berdasarkan sambutan-sambutan, y di bucu kotak $(x_1, x_2) = (-1, -1), (-1, 1), (1, -1)$ dan $(1, 1)$ serta 5 lagi sambutan pada titik $(0, 0)$, model peringkat pertama berikut $\hat{y} = 40.44 + 0.775x_1 + 0.325x_2$ disuaikan. Jadual ANOVA tak lengkap model ini diberikan berikut.

Punca Ubahan	SS	D.k.	MS
Regressi (β_1, β_2)	2.8250	?	?
Reja	?	?	?
(Saling Tindak)	(0.0025)	?	0.0025
(Kuadratik Tulen)	(0.0027)	?	0.0027
(Ralat Tulen)	(?)	?	?
Jumlah	3.0022	?	

- (i) Lengkapkan jadual ini dan jalankan ujian-ujian hipotesis yang patut. Apakah rumusan yang boleh anda buat tentang kecukupan model peringkat pertama ini?
- (ii) Huraikan cara untuk mendapat $SS_{\text{Saling Tindak}}$ berdasarkan sambutan-sambutan, y di bucu kotak $(x_1, x_2) = (-1, -1), (-1, 1), (1, -1)$ dan $(1, 1)$.
- (iii) Huraikan cara untuk mendapat $MS_{\text{Ralat Tulen}}$ berdasarkan 5 lagi sambutan y pada titik $(0, 0)$.
- (iv) Seterusnya dapatkan laluan pendakian tercuram dan tentukan titik (x_1, x_2) yang memaksimumkan y .
- (v) Adakah kita berpuas hati dengan keputusan di dalam (iv). Jika jawapan anda ialah 'ya', berikan sebab mengapa anda menjawab sedemikian. Jika jawapan anda ialah 'tidak', apakah langkah seterusnya yang perlu anda ambil.

(50 markah)

- (b) Berikut ialah hasil tambah kuasa dua dan hasil tambah hasil darab bagi analisis kovarians dengan koperubah tunggal. Lengkapkan analisis ini dan dapatkan kesimpulan yang berpatutan.

Hasil Tambah Kuasa Dua dan Hasil Tambah Hasil Darab				
Punca Ubahan	D.k.	x	xy	y
Rawatan	2	66.13	96.00	140.40
Ralat	12	195.6	186.60	206.00
Jumlah	14	261.73	282.60	346.40

(50 markah)

...11/-

Rumus

1. $MS' = MS_r + \dots + MS_s$
 $MS'' = MS_u + \dots + MS_v$

$$F = \frac{MS'}{MS''} \sim F_{p,q}$$

$$p = \frac{(MS_r + \dots + MS_s)^2}{MS_r^2/f_r + \dots + MS_s^2/f_s}$$

$$q = \frac{(MS_u + \dots + MS_v)^2}{MS_u^2/f_u + \dots + MS_v^2/f_v}$$

2. $Kontras_{AB\dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1)$

$$SS_{AB\dots K} = \frac{1}{n2^k} (Kontras_{AB\dots K})^2$$

3. Rumus-rumus hasil tambah kuasa dua.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abn}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{bn} - \frac{y_{\dots}^2}{abn}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{y_{\dots j}^2}{an} - \frac{y_{\dots}^2}{abn}$$

$$SS_{B(A)} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\dots}^2}{n} - \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{bn}$$

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\dots}^2}{n} - \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{bn} - \sum_{j=1}^b \frac{y_{\dots j}^2}{an} + \frac{y_{\dots}^2}{abn}$$

4. Analisis Kanonik

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ \hat{\beta}_{12}/2 & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1k}/2 & \hat{\beta}_{2k}/2 & \dots & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_0 = -\frac{1}{2}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$$

$$\hat{y}_0 = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2}\mathbf{x}_0\mathbf{b}$$

$$\hat{y} = \hat{y}_0 + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2$$

5. Rumus-rumus analisis kovarians

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{an}, \quad T_{yy} = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{an}, \quad E_{yy} = S_{yy} - T_{yy}$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{x_{..}^2}{an}, \quad T_{xx} = \sum_{i=1}^a \frac{x_{i.}^2}{n} - \frac{x_{..}^2}{an}, \quad E_{xx} = S_{xx} - T_{xx}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij}y_{ij} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an}, \quad T_{xy} = \sum_{i=1}^a \frac{(x_{i.})(y_{i.})}{n} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an}, \quad E_{xy} = S_{xy} - T_{xy}$$

$$\hat{\beta} = \frac{E_{xy}}{E_{xx}}, \quad SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}, \quad MS_E = \frac{SS_E}{a(n-1)-1}$$

$$SS'_E = S_{yy} - (S_{xy})^2/S_{xx}, \quad F_0 = \frac{(SS'_E - SS_E)/(a-1)}{MS_E}, \quad F_0 = \frac{(E_{xy})^2/E_{xx}}{MS_E}$$