

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2002/2003

September 2002

**CPT102/CAT101 – Struktur Diskret**

Masa : 3 jam

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
  - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
-

1. (a) A adalah set dan  $B = \{ \{ \}, A, \{A\} \}$ .
- (i) Jika  $A = \{ (x,y) \}$ , cari  $|P(A \times B)|$ . [5/100]
- (ii) Jika  $A = \{ (x,y) \}$ , cari  $P(A) \cap P(B)$ . [5/100]
- (iii) Jika  $A = \{ (x,y) \}$ , cari  $|P(A) \cup P(B)|$ . [5/100]
- (iv) Dapatkan contoh set A jika dikatakan  $P(A) \subseteq B$ . [5/100]
- (b) Set  $P = \{(ali,2.0), (lily,3.5), (sam,1.8), \dots\}$  adalah set tuple-tuple bagi nama dan PNGK. Set  $T = \{(lily,2), (sam,3), (ali,4), \dots\}$  adalah set tuple-tuple bagi nama dan tahun-pengajian dan set  $K = \{(lily,"komputer"), (sam,"matematik"), (ali,"kimia"), \dots\}$  adalah tuple-tuple bagi nama dan kursus-pengajian.
- (i) Tuliskan dalam bentuk rumus, berdasarkan set P, T dan K, set pelajar Sains Komputer yang mendapat PNGK 3.5 dan ke atas. [10/100]
- (ii) Tuliskan dalam bentuk rumus, berdasarkan set P, T dan K, set PNGK-PNGK yang dipunyai oleh pelajar tahun dua jurusan Sains Komputer. [10/100]
- (c) Jawab soalan-soalan ringkas berikut:
- (i) Jika S adalah satu nombor asas-2 8-digit (contoh 10101011). Berapakah bilangan nombor 8-digit seperti di atas yang bermula dengan digit 10 dan berakhir dengan digit 11 atau berakhir dengan digit 00? [10/100]
- (ii) Satu pelaburan RM1,000,000 menerima 10% bonus setiap tahun. Sebanyak RM5,000 dikeluarkan dari pelaburan tersebut setiap bulan. Anggapkan anda telah mendapat 10% bonus yang pertama dahulu sebelum anda membuat pengeluaran setiap bulan. Dapatkan rumus yang boleh menentukan nilai pelaburan pada tahun ke-n. [10/100]
- (iii) Apakah nilai yang patut dikeluarkan setiap bulan supaya jumlah pelaburan akan sentiasa berada pada nilai RM1,000,000? [10/100]
- (iv) Tulis rumus rekursi (implicit)  $S_n = 1.1 \times S_{n-1}$ ,  $S_0 = 100$  dalam bentuk nyata (explicit). [10/100]

- (v) Berapakah jumlah perjalanan berlainan yang boleh dilakukan oleh raja-catur-hitam untuk bergerak dari penjuru bawah-kanan (H-8) ke penjuru atas-kiri (A-1) pada satu papan catur yang lazim -  $8 \times 8$  kotak? (Nota: Untuk satu-satu pergerakan raja-catur-hitam hanya boleh bergerak ke atas atau ke kiri sahaja dan untuk satu-satu perjalanan dari H-8 kepada A-1 akan mengambil 14 pergerakan, 7 ke atas dan 7 ke kiri.)

[10/100]

- (vi) Tunjukkan bahawa akan terdapat kes di mana universiti akan beroperasi tiga Sabtu pada sesuatu bulan. (Nota: Universiti ditutup pada Sabtu pertama dan Sabtu ketiga setiap bulan.)

[10/100]

2. (a) Diberikan  $S_n = 5 + 10 + 15 + \dots + 5n = 5n(n+1)/2$ , di mana  $n \in \mathbb{Z}^+$ .

- (i) Dengan menggunakan matematik aruhan (induction) buktikan:

$$5 + 10 + 15 + \dots + 5n = 5n(n+1)/2, n \in \mathbb{Z}^+.$$

[10/100]

- (ii) Tuliskan 5 unsur pertama  $S_n$  di atas.

[10/100]

- (iii) Dapatkan formula rekursi untuk jujukan 2(a)(ii) di atas.

[10/100]

- (iv) Bangunkan satu pseudokod rekursi yang dapat mencari nilai ke- $n$  untuk jujukan 2(a)(iii) di atas.

[20/100]

- (b) Selesaikan masalah di bawah dengan menggunakan konsep-konsep asas seperti pohon, hubungan, dan algoritma.

- (i) Hubungan  $P \subseteq A \times A$  adalah satu pohon  $(P, V_0)$  berakarakan  $V_0$  jika:

- Semua nod  $V \in A$ , selain dari  $V_0$  mempunyai 1 darjah-masuk manakala nod  $V_0$  mempunyai 0 darjah-masuk, dan
- $|P| = |A| - 1$ .

Dengan menggunakan maklumat di atas, bangunkan satu pseudokod fungsi, *Adakah\_pohon*( $M[ ][ ]$ ,  $n$ ), yang akan memulangkan nilai 'benar' jika hubungan  $M$  adalah satu pohon, dan memulangkan nilai 'palsu' jika hubungan  $M$  bukan satu pohon.

[20/100]

- (ii) Apakah tugas fungsi  $FOO(A[ ][ ], n)$  di bawah?

```

Fungsi Foo(A[ ][ ], n)
A[1..n, 1..n] array of boolean
B[1..n, 1..n] array of boolean
C[1..n, 1..n] array of boolean
n, b, l, i: integer
t: boolean
Mula
  For b ← 1 thru n by 1
    For l ← 1 thru n by 1
      t ← 0
      For i ← 1 thru n by 1
        t ← (A[b][i] ∧ B[i][l]) ∨ t
      C[b][l] ← t
  return(C[ ][ ])
Tamat

```

[10/100]

- (iii) Dengan menggunakan maklumat-maklumat yang didapati dari 2(b)(i) dan 2(b)(ii) di atas, bangunkan satu pseudokod fungsi, *Ketinggian\_pohon*(M[ ][ ], n), yang akan memulangkan nilai ketinggian pohon (yang diwakili oleh matriks hubungan M) jika M adalah satu pohon dan memulangkan nilai -1 jika hubungan M bukan satu pohon.

[20/100]

3. (a) Diberi  $R \subseteq A \times A$  di mana  $|A| = 5$ .

- (i) Jika ada, tuliskan satu contoh  $M_R$  di mana hubungan R bersifat irrefleksif dan hubungan R juga adalah merupakan fungsi tetapi bukan fungsi satu-kepada-satu.

[10/100]

- (ii) Jika ada, tuliskan satu contoh  $M_R$  di mana hubungan R bersifat asimetri dan tidak antisimetri dan hubungan R juga adalah merupakan fungsi satu-kepada-satu.

[10/100]

- (iii) Berapakah bilangan hubungan R berbeza yang merupakan pohon (pohon tersebut mesti mempunyai 5 nod) yang boleh dijanakan?

[10/100]

- (iv) Berapakah bilangan hubungan R yang berbeza yang boleh dijanakan jika R mesti bersifat bijektif?

[10/100]

- (b) Hubungan  $xRy$  merupakan hubungan yang menunjukkan proses  $x$  perlu dilakukan terlebih dahulu daripada proses  $y$ .  $R$  didefinisikan seperti berikut:  
 $R = \{ (\text{lantai, pengesahan}), (\text{asas, atap}), (\text{dinding, pendawaian}), (\text{pendawaian, cat}), (\text{paip, cat}), (\text{paip, lantai}), (\text{pagar, pengesahan}), (\text{cat, pengesahan}), (\text{dinding, pagar}), (\text{dinding, paip}), (\text{atap, dinding}), (\text{asas, rangka}), (\text{rangka, atap}), (\text{pengesahan, pengesahan}), (\text{pagar, pagar}), (\text{cat, cat}), (\text{lantai, lantai}), (\text{pendawaian, pendawaian}), (\text{paip, paip}), (\text{dinding, dinding}), (\text{atap, atap}), (\text{asas, asas}), (\text{rangka, rangka}) \}$ .
- (i) Tulis  $R$  dalam perwakilan matriksnya. [5/100]
- (ii) Lukis  $R$  dalam perwakilan digrafnya [5/100]
- (iii) Apakah sifat-sifat hubungan yang dimiliki oleh  $R$ ? [10/100]
- (iv) Jika  $R$  adalah hubungan setara, tuliskan petakkannya. [5/100]
- (v) Jika  $R$  adalah poset, lukiskan gambarajah Hassanya. [5/100]
- (c) Hubungan  $R$  didefinisikan seperti berikut:  $R = \{ (a,b) \mid (a \bmod m = b \bmod m) \text{ dan } (m = 3) \text{ dan } (0 < a < 9) \text{ dan } (0 < b < 9) \}$
- (i) Tulis  $R$  dalam perwakilan matriksnya. [5/100]
- (ii) Lukis  $R$  dalam perwakilan digrafnya. [5/100]
- (iii) Apakah sifat-sifat hubungan yang dimiliki oleh  $R$ ? [10/100]
- (iv) Jika  $R$  adalah hubungan setara, tuliskan petakkannya. [5/100]
- (v) Jika  $R$  adalah poset, lukiskan gambarajah Hassanya. [5/100]

4. (a) Diberi sebuah set  $S = \{ F, \{ \{ F \} \} \}$  dan  $D = P(S)$ . Jika set menggambarkan 'folder' dan unsur 'F' menggambarkan fail di dalam sistem pengoperasian Window2000<sup>TM</sup>, lukiskan pohon 'directory' dengan 'folder' set D merupakan akar kepada pohon tersebut.

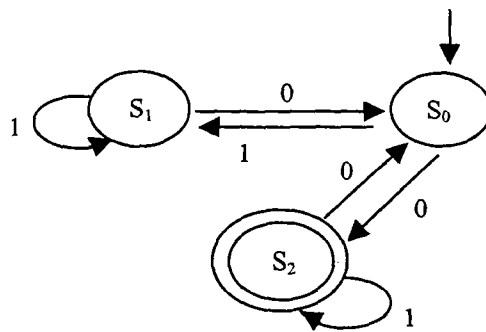
(i) Berapakah bilangan salinan fail 'F' yang sama di dalam set D? [5 markah]

(ii) Berapakah bilangan nod di dalam pohon tersebut? [5 markah]

(iii) Berapakah ketinggian pohon tersebut? [5 markah]

(iv) Jika pohon tersebut adalah jenis pohon-n, apakah nilai n? [5 markah]

(b) Diberi mesin keadaan terhingga seperti di bawah:



(i) Tulis jadual peralihan keadaan (transition table) bagi mesin di atas. [10/100]

(ii) Dapatkan tatabahasa struktur frasa  $G=(V,T,S,P)$  termudah yang didefinisikan oleh mesin di atas. [20/100]

(iii) Lukiskan mesin keadaan terhingga terkecil yang membaca rentetan simbol '0' dan '1' dan menerima hanya rentetan simbol yang mengandungi bilangan jumlah simbol '0' yang genap dan bilangan jumlah simbol '1' yang ganjil. [10/100]

(iv) Tulis tatabahasa untuk mesin yang anda bina di atas, 4(b)(iii), dengan menggunakan notasi BNF. [10/100]

- (c) Di bawah adalah jadual tambang bagi perkhidmatan bas di antara 5 buah bandar:

Dari \ Ke	a	b	c	d	e
a	-	RM1	RM2	RM3	RM4
b	RM1	-	RM2	RM5	RM2
c	RM2	RM2	-	RM2	RM3
d	RM3	RM5	RM2	-	RM6
e	RM4	RM2	RM3	RM6	-

- (i) Hubungan R ke atas set bandar-bandar  $\{a, b, c, d, e\}$  didefinisikan seperti berikut "xRy jika tambang perkhidmatan bas dari bandar x ke bandar y adalah RM1". Tuliskan hubungan R dalam perwakilan matriksnya.

[5/100]

- (ii) Hubungan S ke atas set bandar-bandar  $\{a, b, c, d, e\}$  didefinisikan seperti berikut: "xSy jika tambang perjalanan dari bandar x ke bandar y adalah RM3". Tuliskan hubungan S dalam perwakilan matriksnya.

[25/100]