
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

CPT102 - Struktur Diskret

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Jawab **SEMUA** soalan.
- Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.

1. (a) Diberi jujukan nombor asas dua seperti berikut: $11_2, 1111_2, 111111_2, 11111111_2, 1111111111_2, \dots$
- (i) Tukarkan jujukan di atas kepada jujukan nombor asas 10 (tulis **lima (5)** jujukan pertama sahaja).
(10/100)
- (ii) Berdasarkan kepada jawapan 1(a)(i), cari J_n di mana J_n adalah rumus tersirat (implicit) bagi jujukan di atas.
(10/100)
- (iii) Berdasarkan kepada jawapan 1(a)(ii), gunakan cara gantian (substitution method), untuk mencari S_n di mana S_n adalah rumus nyata (explicit) bagi jujukan tersebut.
(10/100)
- (iv) Adakah $3 \mid S_n$ untuk $n \in \mathbb{Z}^+$? Jika benar, buktikan dengan menggunakan induksi matematik.
(10/100)
- (b) Dalam satu liga bola sepak terdapat 4 kelab (kelab A, kelab B, kelab C, kelab D) bertanding.
- (i) Jika setiap kelab yang bertanding mempunyai 20 pemain (4 penyerang, 8 pemain tengah, 8 pemain pertahanan), ada berapa cara untuk memilih 15 orang pemain kebangsaan dari kelab-kelab tersebut jika 15 pemain tersebut mesti terdiri dari 4 pemain penyerang, 5 pemain tengah dan 6 pemain pertahanan?
(10/100)
- (ii) Pihak kelab telah membawa 10 bola ke padang untuk digunakan. Pihak kelab selalunya membeli bola dari 3 jenama ulung. Ada berapakah kombinasi bola yang berbeza yang boleh dibawa ke padang?
(10/100)
- (iii) Jika kemungkinan kelab A menjadi johan adalah 2 kali berbanding dengan kelab B menjadi johan. Kemungkinan kelab B menjadi johan adalah 3 kali berbanding dengan kelab C, dan kemungkinan kelab C dan kelab B menjadi johan adalah sama. Apakah kebarangkalian untuk menjadi johan untuk setiap kelab tersebut?
(10/100)

- (c) Struktur Matematik $S = (\text{Matriks integer bersaiz } 1 \times 2, \nabla)$, di mana

$$[x \ y] \nabla [w \ z] = [x+w \ (y+z)/2]$$

- (i) Tunjukkan bahawa S adalah tertutup. (10/100)
- (ii) Berdasarkan kepada S , tunjukkan bahawa ∇ adalah bersifat tukar-tertib (commutative). (10/100)
- (iii) Berdasarkan kepada S , tunjukkan bahawa ∇ tidak bersifat sekutuan (associative). (10/100)

2. (a) Jadual peperiksaan akhir sedang dibuat. Hanya terdapat dua jenis peperiksaan, peperiksaan untuk pelajar ijazah pertama dan peperiksaan untuk pelajar ijazah sarjana. Hanya satu peperiksaan sahaja yang dijalankan dalam satu hari. Semua peperiksaan ijazah pertama tidak dibenarkan diadakan pada dua (atau lebih) hari yang berturut-turut. Jika terdapat n hari-hari peperiksaan,
- (i) Dapatkan rumus tersirat (implicit) bagi jujukan yang memberi jumlah jadual yang berlainan yang boleh dijanakan. (5/100)
- (ii) Bangunkan satu pseudokod rekursi berdasarkan jawapan (i) di atas. (20/100)
- (iii) Bangunkan satu pseudokod gelung berdasarkan jawapan (i) di atas. (20/100)

- (b) Fungsi berikut disediakan:

Fungsi Goo(a, b)
 a, b : integer.

Mula

```

If ( $a = 0$ ) then
    return ( $b$ )
If ( $b = 0$ ) then
    return ( $a$ )
If ( $a < b$ )
    Goo( $a, b \bmod a$ )
else
    Goo( $a \bmod b, b$ )

```

Tamat

- (i) Surih pseudokod di atas untuk nilai $G_{OO}(15, 3)$ dan $G_{OO}(14, 5)$. (10/100)
- (ii) Apakah tugas fungsi di atas? (5/100)
- (iii) Tulis kembali pseudokod di atas dengan menggunakan gelung. (20/100)
- (c) Diberi jadual untuk operasi *NAND* seperti berikut:

p	q	$p \text{ NAND } q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- (i) Tunjukkan $\neg p \Leftrightarrow p \text{ NAND } q$. (5/100)
- (i) Tunjukkan $p \vee q \Leftrightarrow (p \text{ NAND } p) \text{ NAND } (q \text{ NAND } q)$. (5/100)
- (iii) Cari pernyataan (proposition) yang setara dengan $p \wedge q$ dengan hanya menggunakan *NAND*. (10/100)
3. (a) Jika aRb adalah hubungan kongruen modulo n , $a \equiv b \pmod{n}$. Tunjukkan R adalah bersifat:
- (i) refleksif. (10/100)
- (ii) simetri. (10/100)
- (iii) transitif. (10/100)

- (b) A adalah set dan $|A| = 8$. R adalah satu hubungan ke atas A , $R \subseteq A \times A$.
- (i) Ada berapakah R berbeza yang boleh dijanakan? (10/100)
- (ii) Ada berapakah R yang bersifat refleksif? (10/100)
- (iii) Ada berapakah R yang bersifat simetrik? (10/100)
- (iv) Ada berapakah R yang bersifat refleksif dan bersifat simetrik? (10/100)
- (c) Sebuah aplikasi komputer yang akan dibina mempunyai 9 modul. Jadual di bawah menunjukkan hubungan-kait modul-modul tersebut dengan masa untuk membangunkan modul-modul itu

Modul	Mesti dibuat setelah modul ini tamat	Masa yang diperlukan (minggu)
1	-	5
2	1	4
3	1	1
4	2	4
5	2,3	3
6	4	1
7	2,3	3
8	4,5	2
9	6,7,8	5

- (i) Lukis gambar rajah Hasse untuk projek ini. (10/100)
- (ii) Berapa lamakah untuk menyiapkan projek ini? (Anggapkan terdapat banyak tenaga pekerja tetapi setiap satu modul hanya boleh dilakukan oleh satu tenaga pekerja.) (10/100)
- (iii) Lukis perwakilan matriks untuk hubungan yang terhasil daripada gambar rajah Hasse di atas. (10/100)

4. (a) Berdasarkan soalan 2 di atas.
- (i) Lukiskan gambar rajah mesin keadaan terhingga termudah yang hanya menerima sesuatu jadual seperti yang ditakrifkan. (15/100)
- (ii) Tuliskan Tatabahasa Struktur Frasa termudah berdasarkan jawapan 4(a)(i) di atas. (15/100)
- (b) Untuk setiap yang berikut, lukis pepohon yang digambarkan atau nyatakan kenapa pepohon tersebut tidak dapat dilukis.
- (i) Pepohon-2 penuh dengan 5 nod dalaman. (5/100)
- (ii) Pepohon-2 penuh dengan 5 nod dalaman dan 7 nod daun. (5/100)
- (iii) Pepohon-2 penuh dengan 9 nod. (5/100)
- (iv) Pepohon-2 penuh ketinggian 3 dengan 7 nod daun. (5/100)
- (v) Pepohon-2 ketinggian 3 dengan 7 nod daun. (5/100)
- (vi) Pepohon-2 penuh ketinggian 3 dengan 6 nod daun. (5/100)
- (c) Untuk setiap fungsi yang diberi (f , g dan h), pastikan adakah fungsi tersebut jenis 1-kepada-1. Jika fungsi tersebut jenis 1-kepada-1 dapatkan fungsi songsangannya, jika tidak namakan jenis fungsi tersebut.
- (i) $f = \{ (a,b) \mid b=a^{100}, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \}$ (10/100)
- (ii) $g = \{ (a,b) \mid b=2^a, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \}$ (10/100)
- (iii) $h = \{ (a,b) \mid a \geq 5, b = a+3, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \}$ (10/100)
- (iv) Tunjukkan $f(n) = O(g)$ dan $g(n) \neq O(f)$ (10/100)