

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

**JIM 415/4 – Pembolehubah Kompleks**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Katakan  $C: z(\theta) = 4e^{i\theta}$ ,  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .

Nilaikan  $\int_C ze^{z^2} dz$ .

(30 markah)

- (b) Katakan  $C$  suatu kontur tertutup ringkas berorientasi positif yang terdiri daripada semibulatan  $z(\theta) = 2e^{i\theta}$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ , dan garis lurus di atas paksi-x dari  $x = -2$  ke  $x = 2$ . Nilaikan  $\int_C z\bar{z} dz$ .

(30 markah)

- (c) Jika  $C = |z - i| = 5$  berorientasi positif, nilaikan

(i)  $\int_C \frac{z^4}{z^2 + 49} dz$ .

(ii)  $\int_C \frac{z^4}{(z - 3i)^3} dz$ .

(40 markah)

2. (a) Katakan  $C: |z| = 2$  berorientasi positif dan katakan  $f$  analitik di dalam dan di atas  $C$ . Adakah  $\int_C \frac{f^{(5)}(z)}{z-i} dz = 24 \int_C \frac{f(z)}{(z-i)^6} dz$ ? Terangkan.

(20 markah)

...3/-

(b) Katakan  $C: |z| = 3$  berorientasi positif. Nilaikan

(i) 
$$\int_C \frac{2}{(z^2 + 4)(z - 2i)^2} dz.$$

(ii) 
$$\int_C \frac{z^3}{(z - 2i)(z + 4i)} dz.$$

(40 markah)

(c) Nilaikan  $\int_C e^{-2z} dz$  jika  $C$  adalah

(i) garis lurus dari  $(1, -\pi)$  ke  $(2, 3\pi)$ .

(ii) garis lurus dari  $(1, -\pi)$  ke  $(2, -\pi)$  dan kemudian dari  $(2, -\pi)$  ke  $(2, 3\pi)$ .

Apakah kesimpulan anda?

(40 markah)

3. (a) Tentukan sama ada pernyataan di bawah benar atau salah.

(i) Fungsi  $f$  boleh diwakili oleh dua siri kuasa yang berlainan pada titik yang sama  $z_0$ .

(ii) Jika  $f$  analitik pada  $z_0$ , maka  $f^{(6)}(z_0)$  wujud.

(20 markah)

(b) (i) Katakan  $f(z) = \frac{z-1}{z^2+16}$ . Jika  $f$  dikembangkan dalam Siri Taylor pada  $z_0 = 2i$ , apakah bulatan penumpuannya?

(ii) Dapatkan 3 ungkapan pertama yang tak sifar bagi Siri MacLaurin untuk  $\frac{\sin z}{1-z}, |z| < 1$ .

(40 markah)

(c) Dapatkan Siri Laurent bagi  $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$  di sekitar  $z = i$ .

(40 markah)

4. (a) Dapatkan reja bagi

(i)  $\frac{z}{z^2+1}$  pada  $z = i$ .

(ii)  $\frac{3}{z \cos z}$  pada  $z = 0$ .

(20 markah)

(b) Jika  $C$  suatu bulatan unit berorientasi positif, cari  $\int_C \sin\left(\frac{3}{z}\right) dz$ .

(30 markah)

(c) Nilaikan  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2+1)^2} dx$ .

(50 markah)

- ooo0ooo -