

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JIF 415 – Mekanik Statistik

Masa : 2 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 25 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

1. (a) Pertimbangkan suatu sistem yang mengandung 7 molekul yang perlu disusun kepada 4 paras tenaga ($\epsilon_i = 0, \omega, 2\omega, 3\omega$).
- (i) Apakah taburan yang berhubung dengan jumlah tenaga 3ω untuk sistem itu?
(5 markah)
- (ii) Tentukan W iaitu bilangan konfigurasi untuk setiap taburan dan seterusnya tentukan kebarangkalian P taburan-taburan ini.
(7 markah)
- (b) Pertimbangkan suatu hablur campuran yang mengandung N_A molekul A dan N_B molekul B yang tersusun secara sembarangan di dalam tapak kekisi hablur.
- (i) Tentukan W iaitu bilangan cara molekul boleh memenuhi tapak.
(5 markah)
- (ii) Gunakan teorem Stirling untuk menunjukkan bahawa $N_A = N_B = N/2$, maka;
$$W = 2^N$$

(8 markah)

2. (a) Hubungan utama antara mekanik statistik dan termodinamik diberi oleh persamaan

$$F = -kT \ln Z$$

di mana F ialah tenaga bebas Helmholtz dan Z ialah fungsi pembahagian. Gunakan takrif bagi tenaga bebas Helmholtz.

$$F = E - TS$$

dan hubungan termodinamik

$$TdS = dE + pdV$$

Untuk membuktikan bahawa:

(i)
$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = kT \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_T$$

(6 markah)

...3/-

$$(ii) \quad E = kT^2 \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V$$

(6 markah)

(b) Satu penghampiran fungsi pembahagian bagi bendalir ialah

$$Z = \frac{1}{N!} \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3N}{2}}}{h^2} (V - Nb)^N e^{\frac{aN^2}{VkT}}$$

di mana a dan b adalah malar.

Dari fungsi pembahagian ini,

(i) Dapatkan tekanan p

(6 markah)

(ii) Tunjukkan bahawa tenaga

$$E = \frac{3}{2} NkT - \frac{aN^2}{V}$$

(7 markah)

3. (a) Nyatakan perbezaan antara zarah-zarah yang mematuhi statistik Bose-Einstein dan statistik Fermi-Dirac.

(5 markah)

(b) Tenaga bebas Helmholtz bagi gas elektron ialah

$$F = \frac{3}{5} N\varepsilon_F \left[1 - \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right]$$

di mana
$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3N}{V} \right)^{2/3} .$$

Tunjukkan bahawa tekanan p bagi gas elektron ialah

$$p = \frac{2}{5} \frac{N\varepsilon_F}{V} \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right] .$$

(8 markah)

(c) Pertimbangkan satu sistem yang mengandungi 2 zarah yang mematuhi statistik Maxwell-Boltzmann dan mempunyai dua keadaan tenaga itu ε dan 2ε . Dapatkan fungsi pembahagian Z bagi sistem ini dengan dua cara iaitu;

(i) Lakarkan satu rajah yang menunjukkan keadaan-keadaan yang berkemungkinan di mana zarah-zarah boleh berada dan seterusnya dapatkan fungsi pembahagian Z .

(6 markah)

(ii) Dapatkan q iaitu fungsi pembahagian zarah tunggal. Seterusnya, tunjukkan $Z = q^N$.

(6 markah)

4. Tenaga min per unit isipadu bagi gas foton diberikan oleh persamaan Hukum Planck iaitu

$$u(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{[e^{\beta\hbar\omega} - 1]} d\omega$$

(a) Tunjukkan bahawa pada frekuensi rendah, formula Rayleigh-Jeans diperolehi dan pada frekuensi tinggi, Hukum Wien diperolehi.

(10 markah)

(b) Hukum Stefan Boltzmann menyatakan bahawa jumlah ketumpatan tenaga per unit isipadu ialah

$$u_0 = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \sigma T^4$$

di mana T ialah suhu.

(i) Dapatkan ungkapan bagi nilai σ .

$$\left(\text{Panduan : } \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \right).$$

(9 markah)

...5/-

(ii) Dapatkan nilai σ dalam $\text{JK}^{-4}\text{m}^{-3}$.

($c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$, $k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$, $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34} \text{ Js}$)

(3 markah)

(iii) Dapatkan jumlah ketumpatan tenaga sinaran suatu jasad hitam pada suhu $2.5 \times 10^3 \text{ K}$.

(3 markah)