
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2012/2013 Academic Session

June 2013

MSG 389 – Engineering Computation II
[Pengiraan Kejuruteraan II]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

[Arahan: Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Show that the function

—

is a solution to the first-order initial value problem

—

—

[25 marks]

- (b) Find the particular solution of

satisfying

[25 marks]

- (c) In an oil company, a storage tank contains 2000 gal of petrol that initially has 100 g of a chemical dissolved in it. In preparation for winter weather, petrol containing 2 g of chemical per gallon is pumped into the tank at a rate of 40 gal/min. The well-mixed solution is pumped out at a rate of 45 gal/min. How much of the chemical is in the tank 20 min after the pumping process begins?

[50 marks]

1. (a) *Tunjukkan fungsi berikut:*

—

adalah penyelesaian kepada masalah nilai awalan tertib pertama berikut

—

—

(25 markah)

- (b) *Dapatkan penyelesaian tepat untuk*

yang memenuhi

(25 markah)

- (c) *Dalam suatu kilang minyak, stor tangki mengandungi 2000 gal petrol dan mempunyai 100 g bahan kimia di dalamnya. Dalam persiapan bagi musim sejuk, petrol yang mengandungi 2 g bahan kimia setiap gelan dipamkan ke dalam tangki dengan kadar 40 gal/min. Campuran sekata tersebut dipam keluar dengan kadar 45 gal/min. Berapakah bahan kimia dalam tangki itu dalam 20 minit selepas proses pengedaran bermula?*

[50 markah]

2. (a) Solve the initial value problem for a damped mass-spring system

by the Euler method for systems with step size, $h=0.2$ for x from 0 to 1 (where x is time).

(Euler method: _____)

[30 marks]

- (b) An object is falling in the atmosphere near the sea level. Assume that the resistance is proportional to the velocity with the resistance coefficient of 2 kg/sec and the mass of the object is 10 kg.

(i) Formulate initial value problem describing the velocity of the object.

(ii) Find the general solution of the equation and the solution limit for _____. Compare the answer with the part (i).

(iii) Assuming that the object is dropped from a height of 300 m, determine how long it will take for the object to hit the ground.

[30 marks]

- (c) Consider the initial value problem of

—

Use 4th order Runge Kutta method (RK 4) to find

[40 marks]

2. (a) *Selesaikan masalah nilai awal untuk suatu spring termampat*

menggunakan kaedah Euler dengan saiz selang, $h=0.2$ untuk x dari 0 ke 1 (di mana x adalah masa).

(Kaedah Euler: _____)

[30 markah]

- (b) *Suatu objek sedang jatuh di atmosfera dekat paras laut. Anggapkan rintangan berkadaran dengan halaju dengan pemalar rintangan adalah 2 kg/saat dan berat objek adalah 10 kg.*

(i) Formulasikan masalah nilai awalan bagi halaju objek tersebut.

(ii) Dapatkan penyelesaian am bagi persamaan tersebut dan had penyelesaian untuk _____. Bandingkan jawapan anda dengan (i).

(iii) Anggapkan objek tersebut jatuh dari ketinggian 300 m, tentukan berapa lamakah masa yang diambil oleh objek tersebut untuk menghentam permukaan tanah.

[30 markah]

- (c) *Pertimbangkan masalah nilai awalan:*

—

Gunakan Kaedah Runge Kutta tertib keempat (RK 4) untuk mencari nilai bagi dan

[40 markah]

3. (a) Find the approximate value of $y(0.1)$ using the multistep method (Adam-Bashforth second order method)

—

with $h=0.2$ for the initial value problem

Calculate the starting value using the Runge-Kutta second order method with the same step size h .

[40 marks]

- (b) Solve the boundary value problem

using the

- (i) first order finite difference method
- (ii) second order finite difference method

[60 marks]

3. (a) *Dapatkan nilai anggaran untuk $y(0.1)$ menggunakan kaedah multi langkah (Adam-Bashforth tertib kedua)*

—

dengan $h=0.2$ bagi masalah nilai awalan

Dapatkan nilai awalan menggunakan kaedah tertib kedua Runge-Kutta menggunakan saiz langkah, h yang sama.

[40 markah]

(b) Selesaikan masalah nilai sempadan

menggunakan

(i) Kaedah beza terhingga tertib pertama

(ii) Kaedah beza terhingga tertib kedua

[60 markah]

4. (a) Use the Crank-Nicolson method to solve the partial differential equation
— — with the following initial and boundary conditions:

Initial conditions:

Boundary conditions:

Use the following equations:

For the first interior node

$$2(1 + \lambda)T_1^{\ell+1} - \lambda T_2^{\ell+1} = \lambda f_0(t^\ell) + 2(1 - \lambda)T_1^\ell + \lambda T_2^\ell + \lambda f_0(t^{\ell+1})$$

Last interior node

$$\lambda T_{m-1}^{\ell+1} + 2(1 + \lambda)T_m^{\ell+1} = \lambda f_{m+1}(t^\ell) + 2(1 - \lambda)T_m^\ell + \lambda T_{m-1}^\ell + \lambda f_{m+1}(t^{\ell+1})$$

Other nodes

$$\lambda T_{i-1}^{\ell+1} + 2(1 + \lambda)T_i^{\ell+1} - \lambda T_{i+1}^{\ell+1} = \lambda T_{i-1}^\ell + 2(1 - \lambda)T_i^\ell + \lambda T_{i+1}^\ell$$

[50 marks]

- (b) Find the solution of — in R subject to the boundary conditions — where R is the square —, using the five point formula. Assume uniform step length $h=1/3$ along the axes.

Given five point formula:

$$U_{i+1,j} + U_{i,j+1} + U_{i-1,j} + U_{i,j-1} - 4U_{i,j} = 0$$

[50 marks]

4. (a) *Gunakan kaedah Crank-Nicolson bagi menyelesaikan persamaan pembezaan separa — — dengan syarat-syarat awalan dan sempadan yang berikut:*

Syarat Awalan:

Syarat Sempadan:

Gunakan persamaan-persamaan berikut

Untuk nod dalaman pertama

$$2(1+\lambda)T_1^{\ell+1} - \lambda T_2^{\ell+1} = \lambda f_0(t^\ell) + 2(1-\lambda)T_1^\ell + \lambda T_2^\ell + \lambda f_0(t^{\ell+1})$$

Untuk nod dalaman terakhir

$$\lambda T_{m-1}^{\ell+1} + 2(1+\lambda)T_m^{\ell+1} = \lambda f_{m+1}(t^\ell) + 2(1-\lambda)T_m^\ell + \lambda T_{m-1}^\ell + \lambda f_{m+1}(t^{\ell+1})$$

Untuk nod-nod lain

$$\lambda T_{i-1}^{\ell+1} + 2(1+\lambda)T_i^{\ell+1} - \lambda T_{i+1}^{\ell+1} = \lambda T_{i-1}^\ell + 2(1-\lambda)T_i^\ell + \lambda T_{i+1}^\ell$$

[50 markah]

- (b) *Dapatkan penyelesaian bagi — — dalam R berdasarkan kepada syarat sempadan — — di mana R adalah sisi empat $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ menggunakan formula lima titik. Anggap saiz selang sekata, $h=1/3$ sepanjang paksi.*

Gunakan formula lima titik:

$$U_{i+1,j} + U_{i,j+1} + U_{i-1,j} + U_{i,j-1} - 4U_{i,j} = 0$$

[50 markah]