
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2012/2013 Academic Session

January 2013

MAT 282 - Engineering Computation I
[Pengiraan Kejuruteraan I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of EIGHT pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

Arahan: Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) i) Find the root for the equation

$$f(x) = x^2 + \cos 3x - \frac{2}{x},$$

by using the bisection method with initial points $a = 0.5, b = 2.0$ until 6 iterations.

[25 marks]

ii) Show that equation $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ can be written as follows:

$$x = \sqrt{\frac{10}{4+x}} = g(x)$$

Find the root for the equation by using fixed-point iteration method with given $g(x)$, starting from $x_1 = 1.5$ and $\varepsilon = 0.0005$. Use $|x_i - g(x_i)|$ as the stopping criterion.

[25 marks]

(b) Consider the following system

$$5x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3.5$$

$$x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4.5$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 1.5$$

i) Find the solution of the following equations using the Jacobi iteration method until 4 iterations

with initial vector $[0, 0, 0]$.

[25 marks]

ii) Use the Gauss Seidell iteration method up to 4 iterations. Compare and explain the answer to the solution you obtained from the Jacobi iteration in b(i).

[25 marks]

...3/-

1. (a) i) Cari punca bagi persamaan berikut

$$f(x) = x^2 + \cos 3x - \frac{2}{x},$$

dengan menggunakan kaedah separa selang dengan titik-titik permulaan $a = 0.5, b = 2.0$ sehingga 6 lelaran.

[25 markah]

ii) Tunjukkan persamaan $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ dapat diungkap seperti berikut:

$$x = \sqrt{\frac{10}{4+x}} = g(x)$$

Cari punca bagi persamaan dengan menggunakan dengan menggunakan kaedah lelaran titik tetap dengan $g(x)$ yang diberi, bermula dari nilai $x_1 = 1.5$ dan $\varepsilon = 0.0005$. Guna $|x_i - g(x_i)|$ sebagai kriteria penghentian.

[25 markah]

(b) Pertimbangkan sistem persamaan berikut

$$5x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3.5$$

$$x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4.5$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 1.5$$

i) Cari penyelesaian bagi persamaan berikut menggunakan kaedah Jacobi sehingga 4 lelaran dengan vektor permulaan $[0, 0, 0]$.

[25 markah]

ii) Gunakan kaedah Gauss Seidell sehingga 4 lelaran. Banding dan jelaskan jawapan bagi penyelesaian yang didapati daripada kaedah Jacobi dalam b(i).

[25 markah]

2. (a) Given that

x	1.0	2.0	3.5	6.0	8.0
$f(x)$	2.557	1.815	12.625	35.709	57.200

Build a divided difference table and find the value of $f(5.0)$ by using Newton-Gregory Interpolation Polynomial for third order polynomial.

[30 marks]

(b) We can estimate Newton-Gregory interpolation by constructing a finite difference table. Given that $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$,

- i) define $\Delta^n y_k$
- ii) show that

$$\Delta^3 y_0 = y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$$

iii) For the given data below,

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$g(x)$	3	4	m	12	19

Newton interpolation formula can only interpolate up to second order of polynomial. Find the value of m and build a finite difference table to find the value of $g(0.7)$

[40 marks]

c) Use the Gauss-Jordan elimination to solve

$$\begin{aligned} \varepsilon x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 &= 2 \end{aligned}$$

without pivoting.

- i) Under what condition that the system will have no solution?
- ii) Which condition of ε requires pivoting to be done?

[30 marks]

...5/-

2. (a) Diberi

x	1.0	2.0	3.5	6.0	8.0
$f(x)$	2.557	1.815	12.625	35.709	57.200

Bina jadual beza terbahagi dan cari nilai bagi $f(5.0)$ dengan menggunakan Interpolasi Polinomial Newton-Gregory bagi polinomial darjah ketiga.

[30 markah]

(b) Kita boleh menganggarkan interpolasi Newton-Gregory dengan membina jadual beza terhingga . Diberi $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$,

i) Takrifkan $\Delta^n y_k$

ii) Tunjukkan

$$\Delta^3 y_0 = y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$$

iii) Untuk data berikut,

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$g(x)$	3	4	m	12	19

Formula Interplasi Newton dapat menginterpolasi sehingga ke polinomial darjah kedua sahaja. Cari nilai bagi m dan bina jadual beza terhingga untuk mencari nilai $g(0.7)$

[40 markah]

(c) Guna kaedah penghapusan Gauss-Jordan untuk menyelesaikan

$$\varepsilon x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 = 2$$

tanpa pemangsaan.

i) Di bawah syarat apakah, sistem persamaan tersebut tidak mempunyai sebarang penyelesaian?

ii) Di bawah syarat apakah bagi ε , supaya sistem ini memerlukan pemangsaan?

[30 markah]

3. (a) Approximate $\int_0^2 x^2 e^{-x^2}$ using intervals of width $h = 0.5$ using
- i) The Composite Midpoint Rule
 - ii) The Composite Trapezoidal Rule
 - iii) The Composite Simpson's Rule.

[40 marks]

- (b) The following table shows the speed of a snail at various distances in a race of overall distance 20 cm

Distance (in cm)	0	5	10	15	20
Speed (in cm/sec)	4	8	9	6	4

Use Simpson's Rules to estimate how long it took for the snail to finish the race.

[30 marks]

- (c) How large must number of strips, N be if we want to use the composite trapezoidal rule to approximate the integral of $f(x) = \ln(x)$ over $1 \leq x \leq 2$ with an error of not more than 0.5×10^{-6} ?

[30 marks]

3. (a) Anggarkan $\int_0^2 x^2 e^{-x^2}$ menggunakan saiz selang, $h = 0.5$ dengan
- i) Petua Komposit Titik Tengah
 - ii) Petua Komposit Trapezium
 - iii) Petua Komposit Simpson.

[40 markah]

- (b) Jadual di bawah menunjukkan laju seekor siput pada pelbagai jarak dalam satu perlumbaan dengan jumlah jarak 20 cm

Jarak (dalam cm)	0	5	10	15	20
Kelajuan (dalam cm/saat)	4	8	9	6	4

Gunakan Petua Simpson untuk menganggarkan berapa lama yang diambil oleh siput untuk menghabiskan perlumbaan tersebut.

[30 markah]
...7/-

- (c) Berapa besarkah bilangan selang, N yang diperlukan sekiranya kita menggunakan Petua Komposit Trapezium bagi menganggarkan kamiran $f(x) = \ln(x)$ dalam julat $1 \leq x \leq 2$ dengan ralat tidak melebihi 0.5×10^{-6} ?

[30 markah]

4. (a) Use the power method to calculate an approximation to the dominant eigen pair for $A = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ with $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

[30 marks]

- (b) Try the power method on $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ with $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ and $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Explain the results.

[30 marks]

(c) Let $A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

- i) Find the characteristics equation of A .
ii) Find eigen values and corresponding eigen vectors of A .

[40 marks]

4. (a) Gunakan Kaedah Kuasa untuk mengira nilai eigen bagi

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} \text{ dengan } X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[30 marks]

- (b) Cuba Kaedah Kuasa untuk $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ dengan $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Bincangkan jawapan anda.

[30 marks]
...8/-

(c) Biar $A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

- i) Cari persamaan cirian untuk A .
- ii) Cari nilai eigen dan vektor eigen untuk A .

[40 marks]

- ooo O ooo -