

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2012/2013 Academic Session

January 2013

**MGM 551 - Operations Research**  
***[Penyelidikan Operasi]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of NINE pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEMBILAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all eight** [8] questions.

**Arahan:** Jawab **semua lapan** [8] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. A company produces two products, I and II. The unit revenues are RM 4 and RM 6, respectively. Two raw materials,  $M_1$  and  $M_2$ , used in the manufacture of the two products have respective daily availabilities of 12 and 15 units. One unit of I uses 3 units of  $M_1$  and 5 units of  $M_2$ , and 1 unit of II uses 4 units of  $M_1$  and 3 units of  $M_2$ .
- (a) Formulate the problem as a linear programming model.  
(b) Determine the optimal solution by using the graphical solution.

[10 marks]

1. *Sebuah syarikat menghasilkan dua jenis produk, I dan II. Harga jualan seunit bagi kedua-dua produk adalah RM 4 dan RM 6 masing-masing. Dua bahan mentah,  $M_1$  dan  $M_2$ , yang digunakan dalam proses pengeluaran mempunyai kapasiti harian 12 dan 15 unit masing-masing. Pengeluaran setiap unit produk I memerlukan 3 unit bahan mentah  $M_1$  dan 5 unit bahan mentah  $M_2$ , manakala, pengeluaran setiap unit produk II pula memerlukan 4 unit bahan mentah  $M_1$  dan 3 unit bahan mentah  $M_2$*
- (a) *Rumuskan masalah di atas sebagai model pengaturcaraan linear.*  
(b) *Tentukan penyelesaian optimum dengan kaedah graf.*

[10 markah]

2. Consider the following linear programming problem:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= X_1 + 2X_2 + 4X_3 \\ \text{s.t.} \quad &2X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 10 \\ &X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 6 \\ &X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Solve the above problem using the M-method.  
(b) By using only the Phase I of Two-Phase method, show that the problem has feasible solution.

[10 marks]

2. *Pertimbangkan masalah pengaturcaraan linear yang berikut:*

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= X_1 + 2X_2 + 4X_3 \\ \text{s.t.} \quad &2X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 10 \\ &X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 6 \\ &X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) *Selesaikan masalah di atas menggunakan kaedah-M.*  
(b) *Dengan hanya menggunakan Fasa I dalam kaedah Dua Fasa, tunjukkan bahawa masalah di atas mempunyai penyelesaian tersaur.*

[10 markah]

3. Consider the following problem,

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= -5X_1 + 5X_2 + 13X_3 \\ \text{s.t.} \quad & -X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 20 \\ & 12X_1 + 4X_2 + 10X_3 \leq 90 \\ & X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

The optimal tableau is:

Basic	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	Solution
Z	0	0	2	5	0	100
X <sub>2</sub>	-1	1	3	1	0	20
S <sub>2</sub>	16	0	-2	-4	1	10

(S<sub>i</sub> represent the slack variables)

- (a) What is the dual value and status of each resource?
- (b) If it is decided to increase one of the resources, which one do you recommend? Why? And how much can it be increased?
- (c) Determine the maximum change in the coefficient of X<sub>2</sub> in the objective function while the optimum solution above will not be affected. Then, determine the range of the change.
- (d) Determine the new optimum value of Z by decreasing resource 1 to 10 and increasing resource 2 to 100.
- (e) State whether the solution is still optimal if
  - (i) The coefficient of X<sub>3</sub> in objective function increase to 15.
  - (ii) The coefficient of X<sub>2</sub> in objective function decrease to  $\frac{9}{2}$ .Determine the new value of Z for (i) and (ii).

[20 marks]

3. Pertimbangkan masalah yang berikut :

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= -5X_1 + 5X_2 + 13X_3 \\ \text{s.t.} \quad &-X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 20 \\ &12X_1 + 4X_2 + 10X_3 \leq 90 \\ &X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Tablo optimumnya ialah:

Basis	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	Penyelesaian
Z	0	0	2	5	0	100
$X_2$	-1	1	3	1	0	20
$S_2$	16	0	-2	-4	1	10

( $S_i$  mewakili pembolehubah lalai)

- (a) *Apakah nilai dual dan status bagi setiap sumber di atas?*
  - (b) *Jika salah satu sumber perlu ditingkatkan, sumber yang mana satu yang akan anda cadangkan? Mengapa? Dan berapa banyak sumber tersebut boleh ditingkatkan?*
  - (c) *Tentukan perubahan maksimum dalam pekali  $X_2$  dalam fungsi objektif, di mana perubahan tersebut tidak akan menjejaskan nilai penyelesaian optimum di atas. Kemudian, tentukan julat perubahan tersebut.*
  - (d) *Tentukan nilai optimum Z yang baru jika sumber 1 dikurangkan kepada 10, manakala, sumber 2 ditingkatkan kepada 100.*
  - (e) *Nyatakan sama ada penyelesaian masih kekal optimum jika*
    - (i) *pekali  $X_3$  dalam fungsi objektif ditingkatkan kepada 15.*
    - (ii) *pekali  $X_2$  dalam fungsi objektif dikurangkan kepada  $\frac{9}{2}$ .*
- Tentukan nilai baru Z bagi (i) dan (ii).*

[20 markah]

4. A mineral water company has two bottling plants. Plant 1 can produce 10,000 bottles per day, and Plant 2 can produce 6,000 bottles per day. The bottling plants processes three types of sizes: 0.5 liter bottle, 1 liter bottle and 1.5 liter bottle. The processing cost per bottle depends on the plant (see Table below). Each day, 5000 bottles of each type must be processed.

Bottle	Plant	
	1	2
0.5 liter	5	3
1 liter	4	4
1.5 liter	2	5

- (a) Formulate a balanced transportation problem to minimize the daily costs.  
 (b) Identify the basic feasible solutions through the Vogel's method.  
 (c) Conduct a transportation simplex and solve for the optimal solution.

[20 marks]

4. *Sebuah syarikat air mineral mempunyai dua kilang pembotolan. Kilang 1 boleh menghasilkan 10,000 botol setiap hari, dan kilang 2 boleh menghasilkan 6,000 botol setiap hari. Kilang pembotolan memproses tiga jenis saiz: botol 0.5 liter, botol 1 liter dan botol 1.5 liter. Kos pemprosesan setiap botol bergantung kepada kilang tersebut (lihat jadual di bawah). Setiap hari, 5000 botol untuk setiap jenis perlu diproses.*

Botol	Kilang	
	1	2
0.5 liter	5	3
1 liter	4	4
1.5 liter	2	5

- (a) *Rumuskan masalah pengangkutan yang seimbang untuk meminimumkan kos harian.*  
 (b) *Kenalpasti penyelesaian asas tersaur melalui kaedah Vogel.*  
 (c) *Gunakan kaedah simpleks pengangkutan untuk mencari penyelesaian yang optimum.*

[20 markah]

5. Consider the assignment problem (costs in RM) given below.

		Machine				
		1	2	3	4	5
Operator	1	3	4	2	10	3
	2	7	5	2	9	7
	3	8	4	3	7	5
	4	6	6	2	3	6
	5	9	8	6	8	10

Find the optimal assignment.

[10 marks]

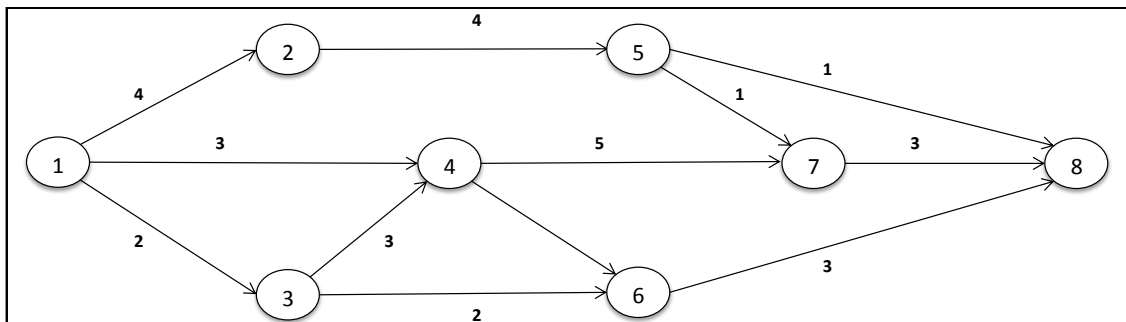
5. *Pertimbangkan masalah umpukan (kos dalam RM) berikut.*

		Mesin				
		1	2	3	4	5
Operator	1	3	4	2	10	3
	2	7	5	2	9	7
	3	8	4	3	7	5
	4	6	6	2	3	6
	5	9	8	6	8	10

*Tentukan umpukan yang optimum.*

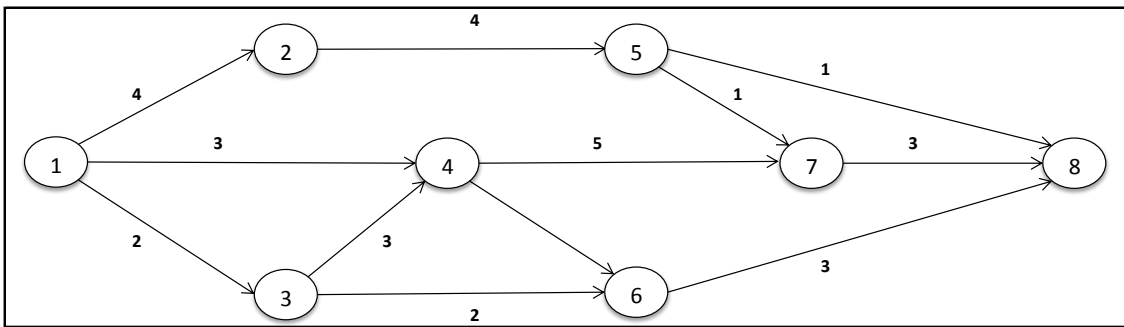
[10 markah]

6. According to the given network diagram below, determine the critical path and the length of the path.



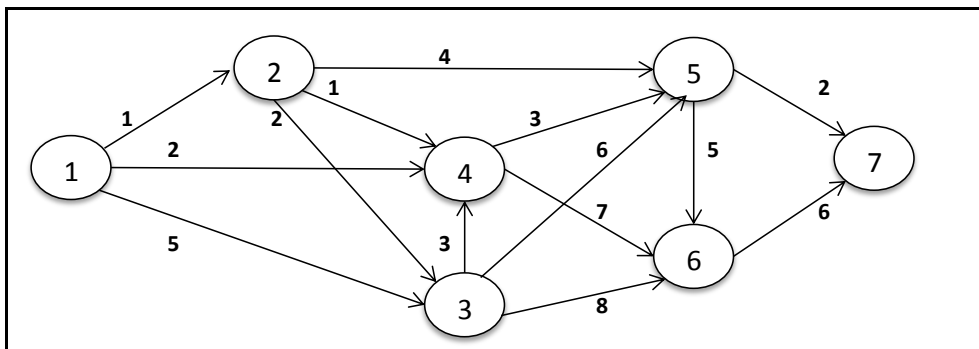
[10 marks]

6. Berdasarkan rajah rangkaian berikut, tentukan laluan genting dan panjang laluan.



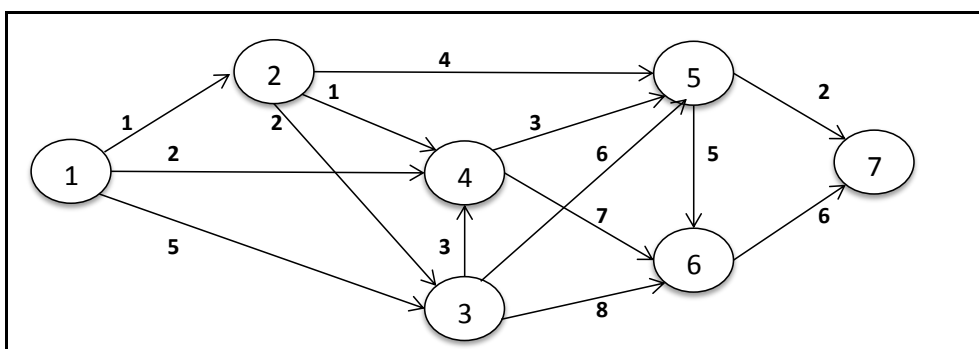
[10 markah]

7. The network in the following figure gives the distance in miles between pairs of cities 1, 2, ..., 7. If you wish to travel from city 1 to city 7, which route would you take and why? Provide your justification based on an OR technique.



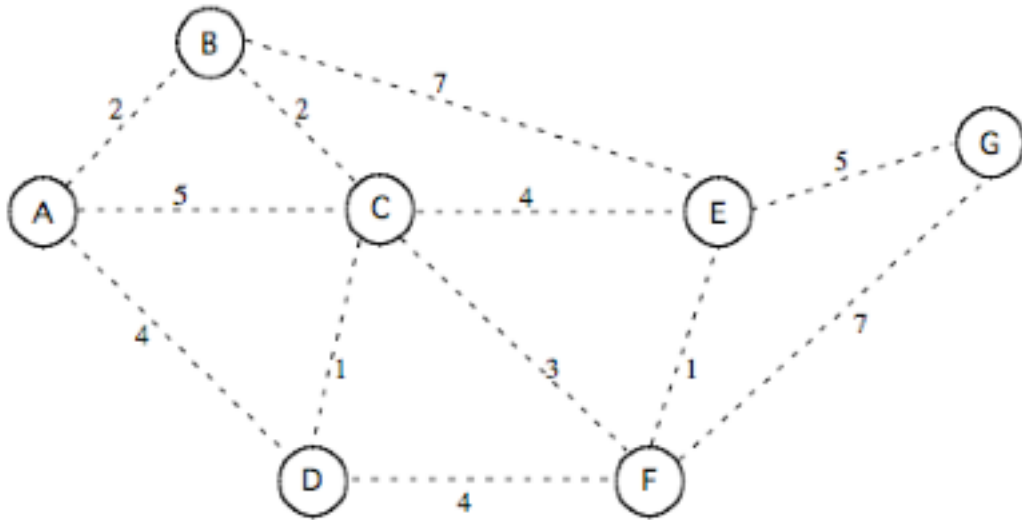
[10 marks]

7. Rajah rangkaian berikut memberikan jarak dalam perbatuan antara pasangan bandar-bandar 1, 2, ..., 7. Jika anda ingin bergerak dari bandar 1 ke bandar 7, laluan manakah yang akan anda pilih dan mengapa? Berikan justifikasi anda berdasarkan satu teknik OR.



[10 markah]

8. The nodes in the figure below shows the geographical layout of a firm’s major centers (which include corporate headquarters, a supercomputer facility, and a research park, as well as production and distribution centers). The dashed lines are the potential locations of fiber-optic cables. (Other cables between pairs of centers also are possible but have been ruled out as uneconomical.) The number next to each dashed line gives the cost (in millions of dollars) if that particular cable is chosen as one to be installed.

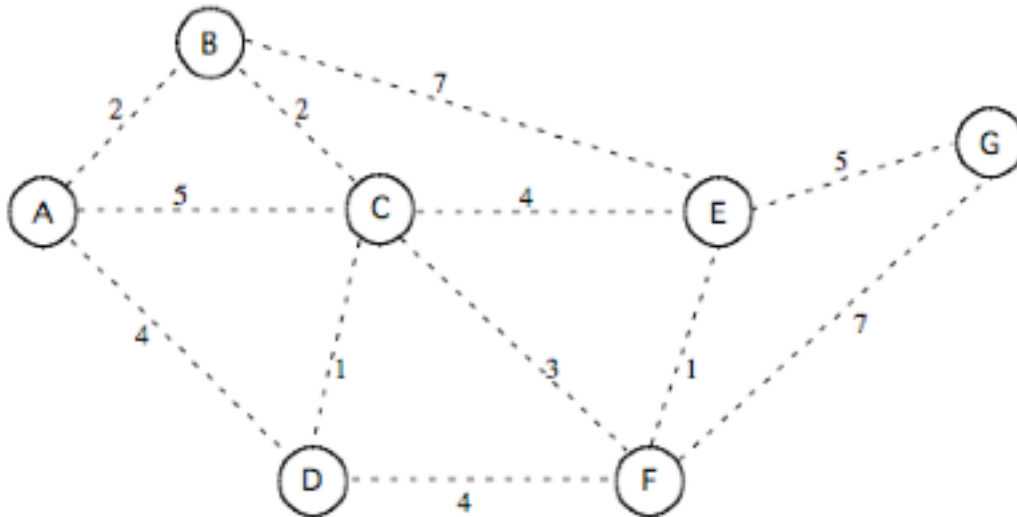


Any pair of centers does not need to have a cable directly connecting them in order to take full advantage of the fiber-optic technology for high-speed communications between these centers. All that is necessary is to have a series of cables that connect the centers. The problem is to determine which cables should be installed to minimize the total cost of providing high-speed communications between *every* pair of centers.

[10 marks]



8. Nod dalam rajah berikut menunjukkan susun atur geografi bagi pusat utama suatu firma (yang termasuk ibu pejabat korporat, kemudahan Supercomputer, dan sebuah taman penyelidikan, serta pusat pengeluaran dan pengedaran). Garis putus-putus merupakan lokasi berpotensi bagi memasang kabel gentian optik. (Kabel-kabel lain yang berpasangan pusat juga berkemungkinan, tetapi adalah tidak ekonomik.) Nombor pada setiap garis putus-putus mewakili kos (dalam juta dolar) jika kabel tersebut dipilih untuk dipasang.



Sebarang pasangan pusat tidak memerlukan kabel yang menghubungkan mereka secara langsung untuk mendapatkan kemudahan berkomunikasi teknologi gentian optik yang berkelajuan tinggi antara pusat. Semua yang berikut adalah diperlukan untuk mewujudkan satu siri kabel yang berhubungan dengan pusat.

Masalahnya ialah untuk menentukan kabel yang perlu dipasang untuk meminimumkan jumlah kos bagi menyediakan kemudahan komunikasi berkelajuan tinggi antara setiap pasangan pusat.

[10 markah]

-ooo000ooo-