

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2012/2013 Academic Session

January 2013

**MSS 317 – Coding Theory**  
***[Teori Pengekodan]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini].*

**Instructions:** Answer **all five** [5] questions.

**Arahan:** Jawab **semua lima** [5] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. Let  $C$  be a binary code of length 6 satisfying

$$\begin{aligned}x_3 &= x_1 + x_2 \\x_5 &= x_1 + x_2 + x_4 \\x_6 &= 0\end{aligned}$$

for every  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in C$ .

- (a) Describe the encoding method of  $C$  by identifying the message sets and how each message word is encoded into a codeword in  $C$ . [2 marks]
- (b) Show that  $C$  is a linear code. [3 marks]
- (c) Find a generator matrix and a parity check matrix of  $C$ . [5 marks]
- (d) Find  $C^\perp$ . Is  $C$  self-orthogonal or self-dual? Justify your answer. [5 marks]

1. *Biar  $C$  ialah suatu kod dedua yang berpanjang 6 yang memenuhi syarat-syarat berikut:*

$$\begin{aligned}x_3 &= x_1 + x_2 \\x_5 &= x_1 + x_2 + x_4 \\x_6 &= 0\end{aligned}$$

*bagi setiap  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in C$ .*

[8 markah]

- (a) *Huraikan kaedah pengkodan  $C$  dengan mengenalpasti set mesej dan bagaimana setiap kata mesej boleh dikodkan menjadi suatu kata kod dalam  $C$ .* [2 markah]
- (b) *Tunjukkan  $C$  ialah suatu kod linear.* [3 markah]
- (c) *Carikan satu matriks penjana dan matriks penyemakan bagi  $C$ .* [5 markah]
- (d) *Cari  $C^\perp$ . Adakah  $C$  swaortogon atau swadual? Justifikasikan jawapan anda.* [5 markah]

2. Let  $C$  be a code and  $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  is its parity check matrix. Without getting to know the codewords of  $C$ , construct the syndrome look up table for  $C$ . [10 marks]

2. *Biar  $C$  ialah suatu kod dan  $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ialah satu matriks penyemakan bagi  $C$ . Tanpa mengetahui semua kata kod bagi  $C$ , binakan jadual pencarian sindrom bagi  $C$ .* [10 markah]

3. (a) Construct the finite field  $F_8$ . Justify your answer [6 marks]
- (b) Construct an isomorphism between  $F_8$  and  $F_2^3$ . [5 marks]
- (c) Construct binary cyclic  $(7,4,3)$ -Hamming code. [8 marks]
3. (a) *Binakan medan terhingga  $F_8$ . Justifikasikan jawapan anda.* [6 markah]
- (b) *Binakan isomorfisma antara  $F_8$  dan  $F_2^3$ .* [5 markah]
- (c) *Binakan  $(7,4,3)$ -kod kitaran dedua Hamming.* [8 markah]

4. (a) Give 5 equivalent definitions of a cyclic code. [5 marks]
- (b) Factor  $x^{10} + 1$  completely into six irreducible factors over  $F_2$ . Justify your answer [7 marks]
- (c) List all the binary cyclic codes of length 5 together with their respective generator polynomial and dimension in a table form as follows: [10 marks]

All cyclic codes of length 5 over $F_2$	Generator polynomials	Dimension

- (d) Is there a binary cyclic code of length 5 and dimension 2? Justify your answer. [2 marks]
- (e) List all the codewords in a binary cyclic code of length 5 and dimension 1. [2 marks]

4. (a) Berikan 5 definisi yang setara bagi kod kitaran. [5 markah]
- (b) Faktorkan  $x^{10} + 1$  sepenuhnya menjadi pendaraban enam faktor yang tak terturun atas  $F_2$ . Justifikasikan jawapan anda. [7 markah]
- (c) Senaraikan semua kod kitaran dedua yang berpanjang 5 bersama-sama dengan polinomial penjana dan dimensi masing-masing dalam bentuk jadual seperti berikut: [10 markah]

Semua kod kitaran berpanjang 5 atas $F_2$	Polinomial penjana	Dimensi

- (d) Adakah wujudnya kod kitaran dedua yang berpanjang 5 dan dimensi 2? Justifikasikan jawapan anda. [2 markah]
- (e) Senaraikan semua kata kod bagi suatu kod kitaran dedua yang berpanjang 5 dan dimensi 1. [2 markah]

5. (a) Design a binary code that can detect 3 or less errors for the message set  $M = F_2^3$ . Justify your answer. [8 marks]
- (b) For the code constructed in part a), design a decoding algorithm that can detect triple or less errors. Justify your algorithm. [6 marks]
- (c) Can the code constructed in part a) be used to correct error only? Maximally how many errors can be corrected by the code? Justify your answer. [3 marks]
- (d) Design a decoding algorithm (for the code constructed in part a) that can correct up to the amount of errors that you have claimed in part c). Justify your algorithm. [6 marks]
- (e) Can the code constructed in part a) be used to correct and detect error at the same time? Justify your answer. [2 marks]
- (f) Is the code constructed in part a) an optimal code? Justify your answer. [5 marks]
5. (a) *Rekabentuk suatu kod dedua yang dapat mengesan tiga atau kurang ralat dengan set kata mesej  $M = F_2^3$ . Justifikasikan jawapan anda.* [8 markah]
- (b) *Untuk kod yang dibina di bahagian a), reka suatu algoritma penyahkodan yang dapat mengesan tiga atau kurang ralat. Justifikasikan algoritma anda.* [6 markah]
- (c) *Bolehkah kod yang dibina di bahagian a) diguna untuk membetulkan ralat sahaja? Maximum berapa ralat boleh dibetulkan oleh kod ini? Justifikasikan jawapan anda.* [3 markah]
- (d) *Reka suatu algoritma penyahkodan (untuk kod yang dibina di bahagian a) yang dapat membetulkan jumlah ralat seperti yang anda tuntutan dalam bahagian c). Justifikasikan algoritma anda.* [6 markah]
- (e) *Bolehkah kod yang dibina di bahagian a) diguna untuk membetulkan dan mengesankan ralat? Justifikasikan jawapan anda.* [2 markah]
- (f) *Adakah kod yang dibina di bahagian a) suatu kod optima? Justifikasikan jawapan anda.* [5 markah]