

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination  
2011/2012 Academic Session

June 2012

**MSG 389 – Engineering Computation II**  
***[Pengiraan Kejuruteraan II]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all four** [4] questions.

**Arahan:** Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. (a) Initially a water tower contains 1 million litres of pure water. Two valves are then opened, one allowing a solution of water and fluoride with a concentration of 0.1 kg of fluoride per litre of water to flow into the system at a rate of 80 litres per minute, and the other valve allows the solution in the tank to be drained at 80 litres per minute. Assuming that the solution is mixed constantly in the tank,
- (i) find an expression for the amount (in kg) of fluoride in the water tower after  $t$  minutes
  - (ii) find how long it takes for the concentration to come to a level of 0.05 kg/l.
- [40 marks]

- (b) An object of mass 5 kg is released from rest 1000 m above the ground and allowed to fall freely under gravity. Assume that the force due to air resistance is proportional to the velocity of the object with proportionality constant  $k$ . Determine the equation of motion of the object. When will the object hit the ground?
- [30 marks]

- (c) Given  $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$  and using a step size of  $h$ , estimate the value of  $y(x)$  using Runge-Kutta 4<sup>th</sup> order method.
- [30 marks]

1. (a) *Pada awalnya, sebuah menara air mengandungi 1 juta liter air tulen. Kemudiannya dua saluran dibuka, salah satu saluran membenarkan campuran air dan florida dengan kepekatan 0.1 kg florida per liter air mengalir ke dalam sistem dengan kadar 80 liter setiap minit dan satu lagi saluran membenarkan air mengalir keluar dengan kadar 80 liter per minit. Anggapkan kandungan air dicampur secara sekata di dalam tangki,*
- (i) dapatkan persamaan untuk kandungan (dalam kg) florida dalam menara air selepas  $t$  minit*
  - (ii) cari berapa lama diperlukan untuk kepekatan menjadi 0.05 kg/l.*
- [40 markah]

- (b) *Suatu objek dengan berat 5 kg di bebaskan dari keadaan rehat 1000m dari atas permukaan tanah and dibenarkan jatuh bebas di bawah pengaruh graviti. Anggap daya disebabkan rintangan udara berkadar dengan laju objek yang berkadar dengan pemalar  $k$ . Dapatkan persamaan untuk gerakan objek tersebut. Bilakah objek tersebut akan menghentam permukaan tanah?*
- [30 markah]

- (c) *Diberikan  $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$  dan gunakan saiz langkah  $h$ , anggarkan nilai  $y(x)$  menggunakan kaedah Runge-Kutta tertib 4.*
- [30 markah]

2. (a) Consider the initial value problem (IVP) below:

(i) Write the 2<sup>nd</sup> order Adams Moulton iteration formula for this IVP. [10 marks]

(ii) Give the corresponding iteration formula for the IVP by considering the forward Euler method as predictor and the 2<sup>nd</sup> order Adams Moulton as corrector. [30 marks]

(iii) By using the iteration formula from (ii), evaluate for . [20 marks]

(b) Find an approximate value of for the initial value problem

using the multistep method

with . Calculate the starting values using third order Taylor series method with the same step length, . [40 marks]

2. (a) *Pertimbangkan masalah nilai awal berikut:*

(i) *Tuliskan formula lelaran Adams Moulton tertib kedua untuk masalah nilai awalan tersebut.* [10 markah]

(ii) *Berikan formula lelaran untuk masalah nilai awal tersebut dengan mempertimbangkan kaedah Euler ke depan sebagai penganggar dan kaedah Adams Moulton tertib kedua sebagai pembetul.* [30 markah]

(iii) *Dengan menggunakan formula lelaran dari (ii), nilaikan bagi .* [20 markah]

(b) Dapatkan anggaran nilai untuk bagi masalah nilai awalan

menggunakan kaedah multi langkah

—

dengan . Hitungkan nilai permulaan menggunakan siri Taylor tertib ketiga dengan saiz langkah, yang sama.

[40 markah]

3. (a) Consider the initial boundary value problem

(i) Write the Forward Time Centered Space (FTCS) scheme for this problem. Using the scheme, compute the value of at cm and . Use

[30 marks]

(ii) Write the Forward Time Backward Space scheme for the boundary value problem.

[30 marks]

(iii) What is the difference between FTCS scheme and Crank Nicolson method?

[10 marks]

(b) Consider the following boundary value problem:

Determine if the boundary value problem has a unique solution.

[30 marks]

3. (a) *Pertimbangkan masalah nilai awalan sempadan*

(i) *Tuliskan skema ruang ke tengah masa ke depan (FTCS) bagi masalah ini. Dengan menggunakan skema ini, hitung nilai dan cm pada . Gunakan .*  
 [30 markah]

(ii) *Tuliskan skema ruang ke belakang masa ke depan bagi masalah nilai sempadan tersebut.*  
 [30 markah]

(iii) *Apakah perbezaan di antara skema FTCS dan kaedah Crank Nicolson?*  
 [10 markah]

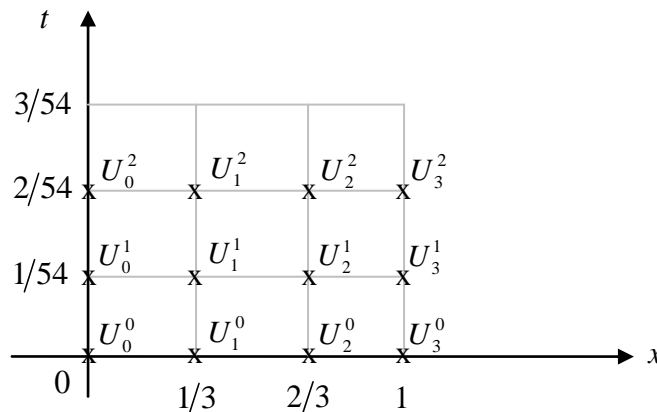
(b) *Pertimbangkan masalah nilai sempadan*

*Tentukan sama ada masalah nilai sempadan ini ada penyelesaian unit.*  
 [30 markah]

4. (a) Find the solution of the heat conduction equation subject to the given initial and boundary conditions

— —

using Crank Nicolson method with and  $\lambda=1/6$ . Integrate for two time levels. Find the maximum absolute errors on each time level, if the exact solution is . The grid for this problem is given as



[80 marks]

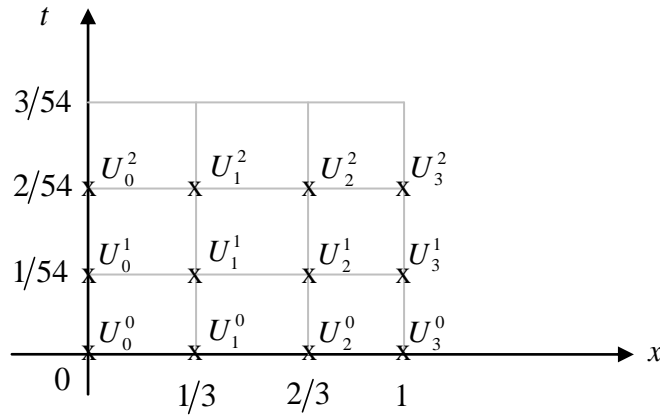
- (b) Show that the Crank-Nicolson scheme for the solution of the one dimension heat equation is unconditionally stable

[20 marks]

4. (a) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan haba berdasarkan nilai awalan dan syarat sempadan yang diberikan

— —

menggunakan kaedah Crank Nicolson dengan  $\Delta x = 1/4$  dan  $\lambda = 1/6$ . Kamirkan untuk dua sela masa. Cari nilai ralat mutlak maksimum untuk setiap sela masa, sekiranya penyelesaian tepat adalah  $U(x,t) = e^{-x} \sin(2\pi x) e^{-t}$ . Grid untuk masalah ini diberikan sebagai



[80 markah]

- (b) Tunjukkan skema Crank-Nicolson bagi penyelesaian masalah aliran haba satu dimensi adalah stabil tanpa bersyarat.

(20 markah)