UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination 2010/2011
Academic Session

April/May 2011

MSS 318 Discrete Mathematics
[Matematik Diskrit]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **FIVE** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: Answer **all six** [6] questions.

*[Arahan: Jawab **semua enam** [6] soalan.]*

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1 (a) In any set of $3n$ consecutive natural numbers, show that any subset of $n+1$ of these numbers has two members that differ by at most 2.

(b) Compute the number of integers from 1 to 1000 that are not divisible by 5, 6, and 8.

[10 marks]

2 (a) In how many ways can 8 rooks be placed on a conventional chessboard so that no rook can attack another?

(b) Assume $n \leq m$. Let A and B be two sets with n, m elements respectively. Find the number of different one-to-one functions from A to B.

[10 marks]

3 (a) Give a combinatorial proof of the following identity:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}, \quad (n \geq k).$$

(b) Use the identity in part (a) to prove binomial theorem. Or use binomial theorem to derive the identity in part (a).

[10 marks]

1 (a) *Dalam satu set dengan* $3n$ *nombor tabii berturutan, tunjukkan bahawa sebarang subset dengan* $n+1$ *nombor mempunyai dua unsur yang bezanya selebih-lebihnya 2.*

(b) *Hitung bilangan integer dari 1 ke 1000 yang tak terbahagikan oleh 5, 6, dan 8.*

[10 markah]

2 (a) *Berapakah cara 8 tir boleh diletakkan di atas papan catur supaya tiada tir dapat menyerang yang lain?*

(b) *Andaikan* $n \leq m$ *dan* A *dan* B *adalah dua set masing-masing dengan* n *dan* m *unsur. Cari bilangan fungsi satu ke satu dari* A *ke* B *yang berbeza.*

[10 markah]

3 (a) *Berikan pembuktian kombinatorik untuk identiti berikut:*

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}, \quad (n \geq k).$$

(b) *Gunakan identiti di bahagian (a) untuk membuktikan teorem binomial. Atau sebaliknya, gunakan teorem binomial untuk menerbitkan identiti di bahagian (a).*

[10 markah]

4 State the Towers of Brahma or Towers of Hanoi Problem. Derive the recurrence relation to solve the problem. Solve the recurrence relation so obtained by using generating functions.

[10 marks]

5 (a) Determine the maximum possible number of edges in a simple undirected graph with n vertices and k components.

(b) Construct 3-regular graphs on 4 and 5 vertices respectively.

[10 marks]

6 (a) State the Konigsberg's bridge problem. What is the solution to this problem? Justify your claims.

(b) State and prove the five color theorem for a simple planar graph.

[10 marks]

4 *Nyatakan Masalah Menara Brahma atau Menara Hanoi. Terbitkan hubungan semula jadi untuk menyelesaikan masalah ini. Selesaikan masalah ini dengan menggunakan fungsi penjana.*

[10 markah]

5 (a) *Tentukan kemungkinan maksimum bilangan tepi dalam satu graf tak berarah ringkas dengan n bucu dan k komponen.*

(b) *Binakan graf 3-nalar pada 4 dan 5 bucu, masing-masing.*

[10 markah]

6 (a) *Nyatakan Masalah jambatan Konigsberg. Apakah penyelesaian untuk masalah ini? Berikan alasan anda.*

(b) *Nyata dan buktikan teorem lima warna untuk satu graf satah ringkas.*

[10 markah]

- ooo O ooo -