
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2010/2011 Academic Session

November 2010

MAT 282 – Engineering Computation I
[Pengiraan Kejuruteraan I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

Arahan: Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Solve the equation $f(x) = x^3 + x - 1$ on the interval $[0,1]$ by using the following methods up to 4 iterations:
- (i) Bisection method
 - (ii) Fixed point iteration, $x_0 = 0.5$
 - (iii) Newton's method, $x_0 = -0.7$

[50 marks]

- (b) Consider the following system of linear equations $Ax=b$

$$-2x_2 + 2x_3 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 3$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0$$

Specify the augmented matrix for this linear system and use Gaussian elimination with partial pivoting to compute the solution vector, x .

[50 marks]

2. (a) Solve the following system

$$7x_1 + 3x_2 + x_3 = 18$$

$$2x_1 - 9x_2 + 4x_3 = 12$$

$$x_1 - 4x_2 + 12x_3 = 6$$

by using

- (i) Jacobi iteration method up to 5 iterations
- (ii) Gauss-Jordan elimination method
- (iii) Gauss-Seidel iterative method up to 4 iterations
- (iv) Compare and explain the performance between Jacobi iteration method and Gauss-Seidel iterative method.

[75 marks]

- (b) Decompose the following matrix to LU factorization

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[25 marks]

3. (a) Find the polynomial of degree 3 that interpolates the points $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$ and $(3, -1)$.

[20 marks]

- (b) Use divided differences to find the interpolating polynomial passing through the points $(0, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 4)$ and $(1, 0)$.

[25 marks]

1. (a) Selesaikan persamaan $f(x) = x^3 + x - 1$ dalam selang $[0,1]$ dengan menggunakan kaedah berikut sehingga 4 lelaran:

- (i) Kaedah Bisection
 (ii) Fixed point iteration, $x_0 = 0.5$
 (iii) Kaedah Newton, $x_0 = -0.7$

[50 markah]

- (b) Pertimbangkan sistem linear, $Ax=b$ yang berikut

$$-2x_2 + 2x_3 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 3$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0$$

Tentukan matriks augmentasi untuk system linear tersebut dan gunakan kaedah penghapusan Gauss dengan pangsan separa untuk mendapatkan vektor penyelesaian, x .

[50 markah]

2. (a) Selesaikan sistem berikut

$$7x_1 + 3x_2 + x_3 = 18$$

$$2x_1 - 9x_2 + 4x_3 = 12$$

$$x_1 - 4x_2 + 12x_3 = 6$$

dengan menggunakan

- (i) Kaedah Jacobi sehingga 5 lelaran
 (ii) Kaedah penghapusan Gauss-Jordan
 (iii) Kaedah lelaran Gauss-Seidel sehingga 4 lelaran
 (iv) Bandingkan dan terangkan perbezaan pengiraan menggunakan kaedah lelaran Jacobi dan Gauss-Seidel.

[75 markah]

- (b) Huraikan matriks berikut dengan menggunakan kaedah pemfaktoran LU

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[25 markah]

3. (a) Carikan polinomial tertib 3 yang interpolasi titik-titik $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$ dan $(3, -1)$.

[20 markah]

- (b) Gunakan pembezaan terbahagi untuk mencari polinomial yang interpolasi titik-titik $(0, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 4)$ dan $(1, 0)$.

[25 markah]

- (c) Interpolate the function $f(x) = \sin x$ at four equally spaced points on $0, \pi/2$.

[15 marks]

- (d) The monthly payment on a 30-year mortgage of \$100,000 for two different annual interest rates is given in Table 1 below. Use a linear interpolation formula to estimate the monthly payment corresponding to an interest rate of 8.25 % per year.

Data Point Number k	Annual Interest Rate i_k	Monthly Payment $A_k = f(i_k)$
0	7%	\$665.30
1	10%	\$877.57

Table 1: Monthly Payments for \$100,000 30-year Mortgage with Different Interest Rates

[30 marks]

- (e) Write down the Lagrange interpolation formula for three points, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$.

[10 marks]

4. (a) Apply the Trapezoid Rule and Simpson's Rule to approximate

$$\int_1^2 \ln(x) dx$$

and find an upper bound for the error in your approximations.

[40 marks]

- (b) Carry out four-panel approximations of

$$\int_1^2 \ln(x) dx,$$

using the composite Trapezoid Rule and composite Simpson's Rule.

[30 marks]

- (c) Find the number of panels m necessary for the composite Simpson's Rule to approximate

$$\int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$$

[30 marks]

- (c) Interpolasikan fungsi $f(x) = \sin x$ dalam empat jarak sama pada selang $0, \pi/2$.

[15 markah]

- (d) Bayaran ansuran bulanan untuk gadaian 30 tahun untuk of \$100,000 untuk dua kadar faedah diberikan dalam jadual 1. Gunakan linear interpolasi untuk menganggarkan bayaran ansuran bulanan untuk faedah 8.25 % setiap tahun.

Nombor data k	Kadar faedah tahunan i_k	Bayaran ansuran bulanan $A_k = f(i_k)$
0	7%	\$665.30
1	10%	\$877.57

Jadual 1: Bayaran ansuran bulanan untuk \$100,000 gadaian 30 tahun dengan faedah berlainan

[30 markah]

- (e) Tuliskan formula interpolasi Lagrange untuk 3 titik, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$.

[10 markah]

4. (a) Gunakan kaedah Trapezoid dan Simpson untuk menganggarkan

$$\int_1^2 \ln(x) dx$$

dan dapatkan batas atas ralat bagi anggaran anda.

[40 markah]

- (b) Gunakan empat panel bagi menganggarkan

$$\int_1^2 \ln(x) dx,$$

dengan menggunakan kaedah komposit Trapezium and Simpson.

[30 markah]

- (c) Cari bilangam panel m yang diperlukan oleh kaedah komposit Simpson untuk menganggar

$$\int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$$

[30 markah]