
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2010/2011

Jun 2011

MAA 101 – Calculus for Science Students I
[Kalkulus untuk Pelajar Sains I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all seven** [7] questions.

Arahan: Jawab **semua tujuh** [7] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Evaluate the limit

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x^3 - 3x^2}$.

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + 2x^{\frac{1}{2 \ln x}}$.

(b) Find the constants a and b that guarantee the graph of the function

$$f(x) = \frac{ax + 5}{3 - bx}$$

will have a vertical asymptote at $x = 5$ and a horizontal asymptote at $y = -3$.

[18 marks]

1. (a) *Nilaikan had*

(i) *had* $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x^3 - 3x^2}$.

(ii) *had* $\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + 2x^{\frac{1}{2 \ln x}}$.

(b) *Dapatkan pemalar a dan b yang menjamin graf fungsi*

$$f(x) = \frac{ax + 5}{3 - bx}$$

akan mempunyai suatu asimptot mencancang pada $x = 5$ dan suatu asimptot mengufuk pada $y = -3$.

[18 markah]

2. Determine the values of constants p and q so that $g(x) = \begin{cases} p + qx, & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ p - q x^2, & x < 2 \end{cases}$

continuous at $x = 2$.

[8 marks]

2. Tentukan nilai-nilai pemalar p and q sedemikian $g(x) = \begin{cases} p + qx, & x > 3 \\ 3, & x = 3 \\ p - qx^2, & x < 3 \end{cases}$ selanjar pada $x = 3$.

[8 markah]

3. (a) Find the derivative of the following function.

(i) $f(x) = \ln(x^2 e^x) + \sin 3x$.

(ii) $y = \sqrt[5]{x^3 \tan x}$.

- (b) Given that $F(x) = f(3f(4f(x)))$, where $f(0) = 0$ and $f'(0) = 2$. Using the chain rule, find $F'(0)$.

[16 marks]

3. (a) Dapatkan pembezaan fungsi berikut.

(i) $f(x) = \ln(x^2 e^x) + \sin 3x$.

(ii) $y = \sqrt[5]{x^3 \tan x}$.

- (b) Diberi bahawa $F(x) = f(3f(4f(x)))$, yang mana $f(0) = 0$ dan $f'(0) = 2$. Menggunakan petua rantai, dapatkan $F'(0)$

[16 markah]

4. (a) Find the points on the curve $x^2 + xy + y^2 = 27$ where the tangents to the curve are horizontal.

(b) Given a function $f(x) = \frac{x}{x+2}$.

- (i) Verify that the function satisfies the hypotheses of the Mean Value Theorem on the interval $(1, 4)$.

(ii) Find all numbers c such that $f'(c) = \frac{f(4) - f(1)}{3}$.

[18 marks]

4. (a) Dapatkan titik-titik di atas lengkung $x^2 + xy + y^2 = 27$, yang mana tangen kepada lengkung adalah mengufuk.
- (b) Diberi suatu fungsi $f(x) = \frac{x}{x+2}$.
- (i) Sahkan bahawa fungsi ini memenuhi hipotesis Teorem Nilai Min pada selang (1,4).
- (ii) Dapatkan semua nombor c supaya $f'(c) = \frac{f(4) - f(1)}{3}$.

[18 markah]

5. Evaluate the following integral.

(a) $\int \frac{1+4x}{\sqrt{1+x+2x^2}} dx$

(b) $\int \frac{2x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1} dx$

[12 marks]

5. Nilaikan kamiran berikut.

(a) $\int \frac{1+4x}{\sqrt{1+x+2x^2}} dx$.

(b) $\int \frac{2x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1} dx$.

[12 markah]

6. (a) Compute the Rieman sum for $f(x) = x^2 + 1$ on the interval [0,1] by dividing the interval into n equal subintervals and use the right endpoint in the i th subinterval as the sampel point. Hence calculate the area under the curve over the given interval [Hint $x_n = 1$].

(b) Find $f'(2)$ if $f(x) = \sin g(x)$ and $g(x) = \int_2^x \frac{t}{1+t^4} dt$

[12 marks]

6. (a) Kirakan hasil tambah Rieman untuk $f(x) = x^2 + 1$ pada selang $[0,1]$ dengan membahagikan selang tersebut kepada n subselang yang sama dan gunakan titik hujung kanan dalam subselang ke- i sebagai titik sampel. Seterusnya hitung luas di bawah lengkung, di atas selang yang diberikan [Petunjuk $x_n = 1$].

(b) Dapatkan $f'(2)$ jika $f(x) = \sin g(x)$ dan $g(x) = \int_2^x \frac{t}{1+t^4} dt$

[12 markah]

7. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 2 - x^2$ and $x = 0$

- (a) Sketch the graphs and denote the region R .
- (b) Find the volume of the solid obtained by rotating the region R about $x = 3$. Use the methods,
- (i) washer
- (ii) cylindrical shells

[16 marks]

7. Biarkan R adalah rantau yang dibatasi oleh $y = x^2$, $y = 2 - x^2$ dan $x = 0$

- (a) Lakarkan graf dan tandakan rantau R .
- (b) Dapatkan isipadu pepejal yang terhasil apabila rantau R dikisarkan sekitar $x = 3$. Gunakan kaedah,
- (i) washer
- (ii) petala selinder.

[16 markah]