
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2012/2013

Januari 2013

SEP221 – Statistik Gunaan dan Ekonometrik

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA PULUH TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

ARAHAN:

1. Jawab **Soalan 1** dan **Soalan 2** dari Bahagian A dan mana-mana DUA (2) soalan dari Bahagian B.
2. Mesinkira elektronik tak berprogram boleh digunakan untuk peperiksaan ini.

Bahagian A (50 markah). **Soalan 1** dan **2** adalah wajib.

Soalan 1 (25 markah)

Pertimbangkan model regresi berikut: $\ln \text{CON}_t = \beta_0 + \beta_1 \ln \text{DPI}_t + \beta_2 \ln \text{W}_t + \beta_3 \text{R}_t + \varepsilon_t$

dengan CON = perbelanjaan penggunaan benar, DPI = pendapatan boleh guna persendirian benar, W = kekayaan benar dan R = kadar bunga benar bagi tahun 1957 – 2010. In adalah logaritma asli.

Model regresi anggaran diberi dalam jadual berikut:

| Dependent variable: L(CON) | | | | |
|---------------------------------|-------------|-------------------------|-------------|--------|
| Method: Least Squares | | | | |
| Sample: 1957 2010 | | | | |
| Included observations: 54 | | | | |
| | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | -0.467711 | 0.042778 | -10.93343 | 0.0000 |
| L(DPI) | 0.804873 | 0.017498 | 45.99836 | 0.0000 |
| L(W) | 0.201270 | 0.017593 | 11.44060 | 0.0000 |
| R | -0.002689 | 0.000762 | -3.529265 | 0.0000 |
| R-Squared | 0.999560 | Mean dependent variable | 7.826093 | |
| Adjusted R-squared | 0.999533 | S.D. dependent variable | 0.552368 | |
| S.E. of Regression | 0.011934 | Akaike info criterion | -5.947703 | |
| Sum of squared residuals | 0.007121 | Schwarz criterion | -5.800371 | |
| Log likelihood | 164.5880 | Durbin-Watson statistic | 1.289219 | |
| F-statistic | 37832.59 | Prob(F-statistic) | 0.000000 | |
| Note: L stands for natural log. | | | | |

- Tulis model regresi anggaran. (1 markah)
- Apakah jangkaan a priori bagi parameter-parameter regresi? (2 markah)
- Apakah magnitud β_0 , β_1 , β_2 dan β_3 mengikut pengertian ekonomi? (2 markah)
- Tafsir pekali-pekali regresi dalam model regresi anggaran? (2 markah)

- (e) Uji keertian keseluruhan model regresi anggaran pada aras keertian 0.01. (3 markah)
- (f) Uji keertian setiap pekali dalam model regresi anggaran pada aras keertian 0.01. (4 markah)
- (g) Tafsirkan nilai R^2 dan R^2 terlaras. (2 markah)
- (h) Uji sama ada wujud autokorelasi peringkat pertama. Gunakan $\alpha = 0.05$. (3 markah)
- (i) Sekiranya model ini mengalami masalah autokorelasi, jelaskan apakah kesannya ke atas penganggar kuasa dua terkecil biasa (3 markah)
- (j) Berdasarkan keputusan yang diperolehi, buat penilaian ke atas model regresi anggaran. (3 markah)

Soalan 2 (25 markah)

- (a) Senaraikan jenis-jenis ralat spesifikasi. (3 markah)
- (b) Terangkan cara-cara untuk mengesan ralat spesifikasi dalam model regresi? (3 markah)
- (c) Bagaimanakah masalah ralat spesifikasi dapat diatasi? (3 markah)
- (d) Nyatakan satu ujian umum untuk mengesan autokorelasi peringkat pertama, kedua atau lebih tinggi dalam model regresi? (1 markah)
- (e) Jelaskan satu kaedah untuk memperbetulkan masalah autokorelasi. (2 markah)
- (f) Apakah maksud multikolinearan? (1 markah)
- (g) Apakah cara-cara untuk mengesan multikolinearan? (3 markah)
- (h) Apakah yang dimaksudkan dengan $R^2_j = 0$ dalam model regresi tambahan? Bagaimana pula jika $R^2_j > 0.9$? Jika $R^2_j = 0$, apakah nilai VIF dan implikasinya? Jika $R^2_j > 0.9$ apakah nilai VIF dan apakah implikasinya? (3 markah)

- (i) Bagaimanakah masalah multikolinearan dalam model regresi dapat diperbetulkan? (3 markah)
- (j) Apakah maksud heteroskedastisiti? (1 markah)
- (k) Beri satu kaedah untuk mengatasi masalah heteroskedastisiti dalam model regresi. (2 markah)

Bahagian B (50 markah). Jawab **dua** (2) soalan sahaja.

Soalan 3 (25 markah)

- (a) Andaikan sebuah syarikat pemborong terkemuka membekalkan empat jenama ketuhar gelombang mikro. Syer pasaran bagi keempat-empat jenama ketuhar di Selangor adalah seperti dinyatakan dalam jadual di bawah. Pemborong itu bercadang memulakan perniagaan di Pulau Pinang. Untuk mengkaji sama ada dasar syarikat menstokkan empat jenama ketuhar itu di Selangor boleh juga diguna pakai di Pulau Pinang, pemborong itu membandingkan keutamaan pengguna terhadap empat jenama ketuhar itu di Pulau Pinang dengan syer pasaran di Selangor. Keutamaan satu sampel rawak 400 pengguna di Pulau Pinang juga dipaparkan dalam jadual berikut:

| Syer Pasaran Ketuhar Gelombang Mikro di Selangor dan Keutamaan Pengguna di Pulau Pinang | | |
|--|--------------------------|------------------------------------|
| Jenama Ketuhar Gelombang Mikro | Syer Pasaran di Selangor | Keutamaan Pengguna di Pulau Pinang |
| 1 | 20% | 102 |
| 2 | 35% | 121 |
| 3 | 30% | 120 |
| 4 | 15% | 57 |

- (i) Nyatakan ujikaji yang digunakan dalam kajian ini dan sifat-sifatnya. (1 markah)
- (ii) Bentuk hipotesis nol dan alternatif dan jalankan ujian yang bersesuaian bagi menentukan sama ada keutamaan pengguna di Pulau Pinang adalah konsisten dengan gelagat belian pengguna di Selangor. Gunakan $\alpha = 0.05$. Apakah kesimpulan anda? (3 markah)

- (b) Usaha telah dijalankan untuk mempiawaikan amalan perakaunan di beberapa buah negara. Kaedah susut nilai adalah salah satu amalan perakaunan yang dikaji oleh E.N. Emenyonu dan S.J. Gray. Tiga kaedah dipertimbangkan – kaedah garis lurus (S), kaedah baki menurun (D) dan kombinasi D dan S. Data dalam jadual di bawah meringkaskan kaedah-kaedah susut nilai yang digunakan oleh satu sampel 78 firma Perancis, German dan U.K.

| Kaedah-Kaedah Susut Nilai Digunakan Oleh Satu Sampel 78 Buah Firma | | | | |
|---|-----------------|---------------|-------------|---------------|
| Kaedah-Kaedah Susut Nilai | Perancis | German | U.K. | Jumlah |
| A. Garis Lurus (S) | 15 | 0 | 25 | 40 |
| B. Baki Menurun (D) | 1 | 1 | 1 | 3 |
| C. D dan S | 10 | 25 | 0 | 35 |
| Jumlah syarikat | 26 | 26 | 26 | 78 |

- (i) Gunakan data ini untuk menguji hipotesis bahawa kaedah susut nilai adalah tak bersandaran kepada lokasi (negara) firma pada aras keertian 0.05. (4 markah)
- (ii) Apakah kesimpulan yang boleh dibuat tentang sifat hubungan ini? (1 markah)
- (c) Pengurus pemasaran sebuah syarikat yang menghasilkan bijirin baru untuk kanak-kanak ingin mengkaji kesan warna dan bentuk logo pada kotak ke atas penarafan penerimaan bijirin itu. Beliau menggabungkan 4 warna dan 3 bentuk untuk menghasilkan sejumlah 12 reka bentuk. Setiap logo dipersembahkan kepada 2 kumpulan yang berbeza (sejumlah 24 kumpulan) dan penarafan penerimaan bagi setiap logo dicatatkan dan ditunjukkan dalam jadual di bawah. Pengurus itu menganalisis data ini menggunakan aras keertian $\alpha = 0.05$.

| WARNA | | | | |
|---------------|-------|-------|------|--------|
| BENTUK | Merah | Hijau | Biru | Kuning |
| Bulat | 54 | 67 | 36 | 45 |
| | 44 | 61 | 44 | 41 |
| Empat Segi | 34 | 56 | 36 | 21 |
| | 36 | 58 | 30 | 25 |
| Wajik | 46 | 60 | 34 | 31 |
| | 48 | 60 | 38 | 33 |

- (i) Apakah rekabentuk ujikaji yang digunakan dalam kajian ini? (0.5 markah)
- (ii) Apakah faktor-faktor yang dikaji? (1 markah)
- (iii) Nyatakan bilangan aras bagi setiap faktor. (1 markah)
- (iv) Ada berapa rawatan dalam ujikaji ini? (1 markah)
- (v) Apakah unit-unit ujikaji dalam ujikaji ini? (1 markah)
- (vi) Berapakah bilangan replikat dalam ujikaji ini? (0.5 markah)
- (vii) Apakah pembolehubah sambutan dalam ujikaji ini? (1 markah)
- (viii) Lengkapkan jadual ANOVA di bawah. (4 markah)

| Jadual Analisis Varians | | | | |
|--------------------------------|------------------|------------------------|---------------|-------------|
| Sumber Ubahan | Darjah Kebebasan | Hasil Tambah Kuasa Dua | Min Kuasa Dua | Statistik F |
| Warna | — | 2711.17 | — | — |
| Bentuk | — | 579.00 | — | — |
| Interaksi | — | 150.33 | — | — |
| Ralat | — | — | — | — |
| Jumlah | — | 3590.50 | — | — |

- (ix) Uji kesan interaksi pada aras keertian 5%. Nyatakan keputusan ujian dan kesimpulannya. (2 markah)
- (x) Uji kesan utama faktor warna pada aras keertian 5%. Nyatakan keputusan ujian dan kesimpulannya. (2 markah)
- (xi) Uji kesan utama faktor bentuk pada aras keertian 5%. Nyatakan keputusan ujian dan kesimpulannya. (2 markah)

Soalan 4 (25 markah)

- (a) Gaji seorang eksekutif naik dari RM50,000 ke RM80,000 antara tahun 2000 dan 2010, tetapi Indeks Harga Pengguna (2005 = 100) naik dari 91.7 ke 114.0 dalam tempoh yang sama.
- (i) Berapakah peratusan kenaikan dalam gaji nominal eksekutif tersebut? (1 markah)
 - (ii) Berapakah gaji benar eksekutif tersebut pada tahun 2000 dan 2010 dalam ringgit tahun 2005? (2 markah)
 - (iii) Berapakah peratusan kenaikan atau penurunan gaji benar eksekutif itu antara tahun 2000 dan 2010? (1 markah)
- (b) Diberi indeks harga pengguna dari tahun 2000 sehingga 2010 seperti berikut:

| Indeks Harga Pengguna (2000 = 100) bagi tahun 2000 - 2010 | | | | | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| 100 | 101.4 | 103.3 | 104.4 | 105.9 | 109.1 | 113.0 | 115.3 | 121.6 | 122.3 | 124.4 |

Anjakkan tahun asas indeks ini daripada tahun 2000 kepada tahun 2010.
(3 markah)

- (c) Jadual berikut mempersembahkan harga purata tiga logam berharga – emas, perak dan platinum – bagi tahun 1988 sehingga 1996.

| | | | | | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Tahun | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 |
| Harga Emas (\$/oz.) | 438 | 383 | 385 | 363 | 345 | 361 | 385 | 368 | 390 |
| Harga Perak (\$/oz.) | 6.53 | 5.50 | 4.82 | 4.04 | 3.94 | 4.30 | 5.29 | 5.15 | 5.30 |
| Harga Platinum (\$/oz.) | 523 | 507 | 467 | 371 | 360 | 374 | 411 | 425 | 410 |

- (i) Dengan menggunakan tahun 1988 sebagai tahun asas, bina indeks harga mudah bagi setiap logam, emas, perak dan platinum. (3 markah)
- (ii) Berdasarkan tiga indeks yang dibina dalam bahagian (i), huraikan trend harga bagi emas, perak dan platinum. (3 markah)
- (iii) Dengan menggunakan tahun 1988 sebagai tahun asas, bina satu indeks harga agregat bagi tiga logam berharga ini. (3 markah)

- (d) Jadual-jadual berikut mempersembahkan harga tiga sumber tenaga – petrol, gas asli, dan elektrik dan pola penggunaan oleh sebuah keluarga biasa – bagi tahun 1990 sehingga 1996.

| Harga Sumber Tenaga, 1990 - 1996 | | | | | | | |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Tahun | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 |
| Harga Petrol(\$ per liter) | 1.22 | 1.20 | 1.19 | 1.17 | 1.17 | 1.21 | 1.29 |
| Gas Asli (\$ per mcf) | 1.71 | 1.64 | 1.74 | 1.85 | 1.85 | 1.55 | 2.25 |
| Elektrik (\$ per kilowatt-jam) | .066 | .067 | .068 | .069 | .069 | .069 | .069 |

| Penggunaan Sumber Tenaga, 1990 - 1996 | | | | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Tahun | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 |
| Petrol(liter) | 2,200 | 2,100 | 2,000 | 1,950 | 1,950 | 1,900 | 1,750 |
| Gas Asli (mcf) | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| Elektrik (kilowatt-jam) | 15,000 | 16,000 | 17,000 | 18,000 | 20,000 | 21,000 | 22,500 |

- (i) Bina indeks harga Laspeyres bagi produk-produk tenaga ini untuk tahun 1996 dengan menggunakan tahun 1990 sebagai tahun asas. Kemudian huraikan bagaimana harga tenaga telah berubah bagi keluarga ini dalam tempoh ini. (3 markah)
- (ii) Bina indeks harga Paasche bagi produk-produk tenaga ini untuk tahun 1996 dengan menggunakan tahun 1990 sebagai tahun asas. Kemudian huraikan bagaimana harga tenaga telah berubah bagi keluarga ini dalam tempoh ini. (3 markah)
- (iii) Bandingkan kelebihan dan kelemahan indeks harga Laspeyres dan indeks harga Paasche. (3 markah)

Soalan 5 (25 markah)

- (a) Seorang kontraktor membangunkan satu model siri masa berdaya darab untuk meramalkan bilangan kontrak dalam suku-suku tahun akan datang, menggunakan data suku tahunan mengenai bilangan kontrak dalam tempoh 3 tahun dari 2009 sehingga 2011. Berikut adalah persamaan regresi yang terhasil:

$$\ln Y_t = 3.37 + 0.117X_t - 0.083Q1 + 1.28Q2 + 0.617Q3$$

dengan Y_t adalah anggaran bilangan kontrak pada suku tahun ke- t , X_t adalah nilai suku tahun berkod dengan $X_t = 0$ bagi suku pertama tahun 2009. Q1 adalah pembolehubah dami bersamaan dengan 1 pada suku pertama dan 0 sebaliknya; Q2 adalah pembolehubah dami bersamaan dengan 1 pada suku kedua dan 0 sebaliknya. Q3 adalah pembolehubah dami bersamaan dengan 1 pada suku ketiga dan 0 sebaliknya.

- (i) Tafsir nilai pemalar regresi dalam persamaan regresi. (1 markah)
- (ii) Tafsir pekali bagi X dalam persamaan regresi. (1 markah)
- (iii) Tafsir pekali bagi Q1 dalam persamaan regresi. (1 markah)
- (iv) Tafsir pekali bagi Q2 dalam persamaan regresi. (1 markah)
- (v) Tafsir pekali bagi Q3 dalam persamaan regresi. (1 markah)
- (vi) Ramalkan bilangan kontrak bagi suku pertama tahun 2012 menggunakan model regresi ini. (1 markah)
- (vii) Ramalkan bilangan kontrak bagi suku kedua tahun 2012 menggunakan model regresi ini. (1 markah)
- (viii) Ramalkan bilangan kontrak bagi suku ketiga tahun 2012 menggunakan model regresi ini. (1 markah)
- (ix) Ramalkan bilangan kontrak bagi suku keempat tahun 2012 menggunakan model regresi ini. (1 markah)
- (x) Bagi menguji pekali bagi X dalam persamaan regresi di atas, nilai statistic $t = 9.08$ dan nilai- $p = 0.0000$. Bagaimanakah anda mentafsir keputusan ini? (1 markah)
- (xi) Bagi menguji pekali bagi Q1 dalam persamaan regresi di atas, nilai statistik $t = -0.66$ dan nilai- $p = 0.530$. Bagaimanakah anda mentafsir keputusan ini? (1 markah)

- (b) Penutupan perniagaan di bandar Nilai bagi tahun 2005 - 2010 adalah seperti berikut:

| Penutupan Perniagaan di Nilai (bilangan), 2005 - 2010 | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|
| 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| 10 | 11 | 13 | 19 | 24 | 35 |

Model autoregresi peringkat pertama dan kedua yang dianggarkan adalah seperti berikut:

$$Y_t = -4.16 + 1.59 Y_{t-1}$$

$$Y_t = -5.77 + 0.80Y_{t-1} + 1.14Y_{t-2}$$

Dengan merujuk kepada data dalam jadual di atas dan dua model anggaran ini, jawab soalan-soalan berikut:

- (i) Apakah nilai-nilai yang dipadankan oleh model autoregresi peringkat pertama bagi bilangan penutupan perniagaan di bandar Nilai? (2 markah)
- (ii) Hitung reja-reja bagi model autoregresi peringkat pertama ini. (1 markah)
- (iii) Apakah nilai-nilai yang dipadankan oleh model autoregresi peringkat kedua bagi bilangan penutupan perniagaan di Nilai? (2 markah)
- (iv) Hitung reja-reja bagi model autoregresi peringkat kedua ini. (1 markah)
- (v) Berapakah nilai MAD bagi model autoregresi peringkat pertama? (1.5 markah)
- (vi) Berapakah nilai MAD bagi model autoregresi peringkat kedua? (1.5 markah)
- (vii) Berapakah nilai MSE bagi model autoregresi peringkat pertama? (1.5 markah)
- (viii) Berapakah nilai MSE bagi model autoregresi peringkat kedua? (1.5 markah)
- (ix) Berdasarkan nilai MAD dan MSE untuk kedua-dua model, model yang mana harus digunakan untuk ramalan? Mengapa? (2 markah)

FORMULA

I. Teori Persampelan, Ujian Hipotesis dan Selang Keyakinan

1. Min dan Varians Sampel

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n} \right)$$

2. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Min Satu Populasi

$$\text{Statistik Ujian } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$\text{Statistik Ujian } t = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \text{ dengan darjah kebebasan } v = n - 1.$$

Saiz sampel minimum yang diperlukan bagi menjaminkan $\alpha = \alpha_0$ dan $\beta = \beta_0$

$$n = \frac{(Z_0 - Z_1)^2 \cdot \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$$

3. Selang Keyakinan 100(1 - α)% berkenaan dengan Min Satu Populasi

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}}$$

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2} s_{\bar{X}}$$

4. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Min Dua Populasi

$$\text{Statistik Ujian } Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$\text{Statistik Ujian } Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$\text{Statistik Ujian } t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

dengan darjah kebebasan $n_1 + n_2 - 2$

$$\text{Statistik Ujian } t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

dengan derajat kebebasan $v = \frac{(s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2)^2}{\frac{(s_1^2 / n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2 / n_2)^2}{n_2 - 1}}$

$$\text{Statistik Ujian } Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sigma_D / \sqrt{n}}$$

Statistik Ujian $t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{s_D / \sqrt{n}}$ dengan derajat kebebasan $n - 1$

$$\text{Statistik Ujian } Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{s_D / \sqrt{n}}$$

5. Selang Keyakinan 100(1 - α)% berkenaan dengan Min Dua Populasi

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2} s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

6. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Varians atau Sisihan Piawai Satu Populasi

Statistik Ujian $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ dengan derajat kebebasan $v = n - 1$.

7. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Varians Dua Populasi

Statistik Ujian $F = \frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2}$ dengan darjah kebebasan $v_1 = n_1 - 1$

dan $v_2 = n_2 - 1$.

8. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Perkadaran Satu Populasi

Statistik Ujian $Z = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}}$

9. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Perkadaran Dua Populasi

Statistik Ujian $Z = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$

Statistik Ujian $Z = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}}}$

10. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Ketepatan Padanan

Statistik Ujian $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$ bertaburan χ^2 dengan darjah kebebasan

$k - 1$

11. Ujian Hipotesis berkenaan dengan Ketakbersandaran

Statistik Ujian $\chi^2 = \sum_i^r \sum_j^c \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$ bertaburan χ^2 dengan darjah kebebasan
 $(r - 1)(c - 1)$

II. Analisis Varians

1. Rekabentuk Rawak Lengkap Satu Faktor

$$SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \frac{(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij})^2}{n}$$

$$SSTR = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij})^2}{n}$$

$$SSE = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 = SST - SSTR$$

Statistik Ujian $F = \frac{SSTR / (k - 1)}{SSE / (n - k)}$ dengan darjah kebebasan $(k - 1)$

dan $(n - k)$

2. Rekabentuk Blok Rawakan

$$SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b (X_{ij} - \bar{X})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b X_{ij}^2 - \frac{(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b X_{ij})^2}{n}$$

$$SSTR = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b (\bar{X}_{.j} - \bar{X})^2 = \sum_{j=1}^k b(\bar{X}_{.j} - \bar{X})^2 = \sum_{j=1}^k \frac{T_{.j}^2}{b} - \frac{(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b X_{ij})^2}{n}$$

$$SSB = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b (\bar{X}_{i.} - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^b k(\bar{X}_{i.} - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^b \frac{T_{i.}^2}{k} - \frac{(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^b X_{ij})^2}{n}$$

$$SSE = SST - SSTR - SSB$$

$$\text{Statistik Ujian } F = \frac{SSTR / (k-1)}{SSE / (k-1)(b-1)}$$

dengan $(k-1)$ dan $(k-1)(b-1)$ darjah kebebasan

$$\text{Statistik Ujian } F = \frac{SSB / (b-1)}{SSE / (k-1)(b-1)}$$

dengan $(b-1)$ dan $(k-1)(b-1)$ darjah kebebasan

3. Rekabentuk Faktorial

$$\begin{aligned}
 SST &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (X_{ijk} - \bar{\bar{X}})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r X_{ijk}^2 - (T_{...}^2 / abr)
 \end{aligned}$$

$$SST = SSTR + SSE = SSA + SSB + SSAB + SSE$$

$$SSTR = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b T_{ij.}^2 / r - (T_{...}^2 / abr)$$

$$SSTR = SSA + SSB + SSAB$$

$$\begin{aligned}
 SSA &= br \sum_{i=1}^a (\bar{X}_{i..} - \bar{\bar{X}})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^a T_{i..}^2 / br - (T_{...}^2 / abr)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SSB &= ar \sum_{j=1}^b (\bar{X}_{.j.} - \bar{\bar{X}})^2 \\
 &= \sum_{j=1}^b T_{.j.}^2 / ar - (T_{...}^2 / abr)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SSAB &= r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{X}_{ij.} - \bar{X}_{i..} - \bar{X}_{.j.} + \bar{\bar{X}})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b T_{ij.}^2 / r - T_{...}^2 / abr - SSA - SSB
 \end{aligned}$$

$$SSAB = SST - SSA - SSB - SSE$$

$$SSE = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (X_{ijk} - \bar{X}_{ij.})^2$$

$$SSE = SST - SSTR = SST - (SSA + SSB + SSAB)$$

$$\text{Statistik Ujian } F_{AB} = MSAB / MSE = \frac{SSAB / (a-1)(b-1)}{SSE / (ab)(r-1)}$$

dengan $(a-1)(b-1)$ dan $(ab)(r-1)$ derajat kebebasan

$$\text{Statistik Ujian } F_A = MSA / MSE = \frac{SSA / (a-1)}{SSE / (ab)(r-1)}$$

dengan $(a-1)$ dan $(ab)(r-1)$ derajat kebebasan

$$\text{Statistik Ujian } F_B = MSB / MSE = \frac{SSB / (b-1)}{SSE / (ab)(r-1)}$$

dengan $(b-1)$ dan $(ab)(r-1)$ derajat kebebasan

III. Regresi Linear dan Korelasi

1. Regresi Linear Mudah

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

Statistik Ujian $t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{s_{\hat{\beta}_1}}$ dengan $n - 2$ derajat kebebasan

$$s_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{s_e^2}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}} = \frac{s_e^2}{\Sigma x^2}$$

Statistik Ujian $t = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{s_{\hat{\beta}_0}}$ dengan $n - 2$ derajat kebebasan

$$s_{\hat{\beta}_0}^2 = \frac{s_e^2 \Sigma X^2}{n \Sigma x^2}$$

$$s_e^2 = \Sigma e_i^2 / (n - 2) = SSE / (n - 2)$$

$$SST = \Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}$$

$$SSR = \hat{\beta}_1 \Sigma xy = \hat{\beta}_1 \left(\Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n} \right)$$

$$SSE = SST - SSR$$

$$r = \frac{n \Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y)}{\sqrt{[n \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][n \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\hat{\beta}_1 \Sigma xy}{\Sigma y^2}$$

2. Regresi Linear Berbilang

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma x_1 y \Sigma x_2^2 - \Sigma x_2 y \Sigma x_1 x_2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\Sigma x_2 y \Sigma x_1^2 - \Sigma x_1 y \Sigma x_1 x_2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$$

$$\text{Statistik ujian } F = \frac{SSR/(k-1)}{SSE/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$SST = \Sigma y^2$$

$$SSR = \hat{\beta}_1 \Sigma x_1 y + \hat{\beta}_2 \Sigma x_2 y$$

$$SSE = SST - SSR$$

$$\text{Ujian Wald: } F = \frac{(SSE_R - SSE_U)/(k-m)}{SSE_U/(n-k)}$$

dengan $k - m$ dan $n - k$ derajat kebebasan.

$$\text{Statistik ujian } t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{s_{\hat{\beta}_j}} \text{ dengan } n - k \text{ derajat kebebasan.}$$

$$s_e^2 = \frac{\Sigma e_i^2}{n-k} = \frac{SSE}{n-k}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = s_e \cdot \sqrt{\frac{\Sigma x_2^2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2}}$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = s_e \cdot \sqrt{\frac{\Sigma x_1^2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2}}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\hat{\beta}_1 \sum x_1 y + \hat{\beta}_2 \sum x_2 y}{\sum y^2}$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n-1}{n-k} \right)$$

$$r_{x_1 y \cdot x_2} = \frac{r_{x_1 y} - r_{x_1 x_2} \cdot r_{x_2 y}}{\sqrt{(1 - r_{x_1 x_2}^2)(1 - r_{x_2 y}^2)}}$$

$$r_{x_1 y} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum y^2}}$$

$$r_{x_2 y} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2 \sum y^2}}$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum x_2^2}}$$

3. Ujian Autokorelasi

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}$$

$$h = \left(1 - \frac{DW}{2} \right) \sqrt{\frac{T}{1 - T[\text{var}(\hat{\beta})]}}$$

4. Ujian Goldfeld-Quandt

Kes 1: Andaian σ_1^2 berkadar secara langsung dengan X_i

$F = SSE_2/SSE_1$ dengan $(n - d - 2k)/2$ dan $(n - d - 2k)/2$ darjah kebebasan.

Kes 2: Andaian σ_1^2 berkadar secara songsang dengan X_i

$F = SSE_1/SSE_2$ dengan $(n - d - 2k)/2$ dan $(n - d - 2k)/2$ darjah kebebasan.

5. Ujian Chow

$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_1 - SSE_2) / k}{(SSE_1 + SSE_2) / (n - 2k)}$ dengan k dan $n - 2k$ darjah kebebasan.

IV. Siri Masa

1. Model Daya Tambah

$$Y = T + C + S + I$$

2. Model Daya Darab

$$Y = T . C . S . I$$

$$\text{Relatif Bermusim (S.I)} = \frac{T.C.S.I}{T.C}$$

Indeks Bermusim (S) = purata terlaras bagi relatif bermusim

$$\text{Data Nyah Musim} = \frac{Y}{S}$$

Ramalan dengan menggunakan arah aliran dan indeks bermusim

$$\hat{Y} = \frac{T_t \cdot S_t}{100}$$

3. Ukuran Kejituan Ramalan

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}$$

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)}{Y_t} (100\%)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t} (100\%)$$

4. Pelvicinan Eksponen

$$\text{Model } S_t = wY_t + (1 - w) S_{t-1}$$