

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**EUM 112 - KAEDAH BERANGKA & STATISTIK  
KEJURUTERAAN**

Masa : 3 jam

---

**ARAHAN KEPADA CALON**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM BELAS (16)** muka surat bercetak dan **TUJUH (7)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.

Agihan markah diberikan di sut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Populasi bagi sebuah negara diandaikan memenuhi persamaan pembezaan bagi lengkung logistik seperti berikut:

*Population for a certain country is given by the logistic equation,*

$$P' = aP - bP^2$$

Untuk meramalkan dengan baik populasi negara itu, anggaran bagi nilai pemalar  $a$  dan  $b$  diambil sebagai  $a = 0.02$  dan  $b = 0.00004$ . Andaikan  $P'(t)$  menandakan tahun. Jika tahun permulaan ialah pada 1900 dan saiz langkah ialah 10, dengan menggunakan kaedah Euler cari  $P(t)$  pada 1980 dengan  $P(0) = 76.1$ .

*To forecast the population of the country, the value of  $a$  and  $b$  is given by  $a = 0.02$  and  $b = 0.00004$ . Assumed that  $t$  is in year. If the initial year is 1900 and  $h$  is 10, determine  $P(t)$  in 1980 with  $P(0) = 76.1$  by using Euler's Method.*

(7 markah/marks)

- (b) Andaikan persamaan gerakan bagi suatu peluncur adalah:

*Given the equation of a skate,*

$$y = f(t) = 1600 \left[ 1 - \text{eksponen} \left( -\frac{t}{5} \right) \right] - 160t$$

$$x = r(t) = 800 \left[ 1 - \text{eksponen} \left( -\frac{t}{5} \right) \right]$$

Dengan menggunakan nilai awal bagi  $t = 8$ , cari masa sehingga terhempas peluncur itu menggunakan kaedah Newton-Raphson. Seterusnya cari jarak selepas terhempas. Jawapan mesti dalam ENAM titik perpuluhan.

*Using the initial value for  $t = 8$ , find the time for the skate to crash by using Newton-Raphson method. Next, determine the distance after the crash. Answer must be in SIX decimal places.*

(6 markah/marks)

- (c) Satu sistem struktur yang mempunyai matriks kekukuhan  $K$  telah dikenakan beban dalam bentuk vektor  $F$  menghasilkan anjakan dalam bentuk vektor  $a$ , dan hubungannya diberikan oleh Hukum Hooke iaitu;

*A structure system with consolidation matrix  $K$  has been given force in vector  $F$ , produce a shift in vector  $a$  and the relationship is given by Hooke's Law,*

$$K.a = F$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Gunakan kaedah songsangan matriks bagi mendapatkan penyelesaian bagi anjakan  $a$ .

*Determine matrix  $a$  by using inverse matrix method.*

(7 markah/marks)

2. (a) Di dalam litar sambungan bintang, arus  $i_1, i_2, i_3$  yang melalui galangan  $Z_1, Z_2, Z_3$  diberi oleh,

*In a star-connected circuit, currents  $i_1, i_2, i_3$  flowing through impedances  $Z_1, Z_2, Z_3$  are given by,*

$$\begin{aligned}i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\Z_1 i_1 - Z_2 i_2 &= e_1 - e_2 \\Z_2 i_1 - Z_3 i_3 &= e_2 - e_3\end{aligned}$$

Jika  $Z_1 = 10$  ,  $Z_2 = 8$  ,  $Z_3 = 3$  ,  $e_1 - e_2 = 65$  dan  $e_2 - e_3 = 160$  dengan menggunakan Petua Cramer, dapatkan nilai arus  $i_1, i_2, i_3$

*If  $Z_1 = 10$  ,  $Z_2 = 8$  ,  $Z_3 = 3$  ,  $e_1 - e_2 = 65$  and  $e_2 - e_3 = 160$  apply Cramer Rule to determine the values of  $i_1, i_2, i_3$*

(6 markah/marks)

- (b) Dengan menggunakan kaedah Runge-Kutta, selesaikan  $y' = y^2 + 1$  dengan  $y(0) = 0$  yang terletak di dalam selang  $[0,1]$  dan  $h = 0.1$ .

*Use the Runge-Kutta method to solved  $y' = y^2 + 1$  with  $y(0) = 0$  on the interval  $[0,1]$  and  $h = 0.1$ .*

(7 markah/marks)

- (c) Satu pin yang bergerak melalui satu panduan lurus supaya halajunya  $v(\text{cm/s})$  bagi jarak  $x(\text{cm})$  dari asalan pada sebarang masa  $t(\text{s})$  diberi dalam jadual di bawah. Dengan menggunakan Petua Simpson bagi 8 subselang, dapatkan jumlah jarak yang dilalui oleh pin antara  $t = 0$  dan  $t = 4$ .

( Batas Ralat Tak Perlu Dikira)

*A pin moves along a straight guide so that its velocity  $v(\text{cm/s})$  when it is distance  $x(\text{cm})$  from the beginning of the guide at time  $t(\text{s})$  is as given in the table below. Apply Simpson's Rule using 8 intervals to find the approximate total distance traveled by the pin between  $t = 0$  and  $t = 4$ .*

$t(\text{s})$	$V(\text{cm/s})$
0	0.00
0.5	4.00
1.0	7.94
1.5	11.68
2.0	14.97
2.5	17.39
3.0	18.25
3.5	16.08
4.0	0.00

(7 markah/marks)

3. (a) Diberi

Given

$$x + (k + 1)y + 1 = 0$$

$$2kx + 5y - 3 = 0$$

$$3x + 7y + 1 = 0$$

dapatkan nilai  $k$  jika diketahui bahawa sistem persamaan tersebut konsisten.

*find the values of  $k$  for which the equations are consistent.*

(4 markah/marks)

...6/-

- (b) Arus  $i_1, i_2, i_3$  di dalam satu rangkaian dihubungkan antara satu sama lain melalui persamaan,

*Currents of  $i_1, i_2, i_3$  in a network are related by the following equations,*

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$Z_2 i_2 - Z_3 i_3 = 0$$

$$Z_1 i_1 + Z_3 i_3 = V$$

Dapatkan ungkapan untuk  $i_1, i_2, i_3$  dalam sebutan  $Z_1, Z_2, Z_3$  dan  $V$ .

*Determine expressions for  $i_1, i_2, i_3$  in terms of  $Z_1, Z_2, Z_3$  and  $V$ .*

(6 markah/marks)

- (c) Berikan takrif pangkat sesuatu matriks.

*Give the definition for rank of a matrix.*

(2 markah/marks)

- (d) Dalam masalah kekonduksian haba di antara dua titik di atas sebatang rod logam, kadar fluks haba diberikan oleh,

*In a heat transfer problem between two points on a steel rod, the rate of the heat flux given by the equation,*

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx} \text{ dan } Q(0) = 0$$

and

dengan  $Q$  adalah fluks haba,  $t$  adalah masa [s],  $\lambda$  adalah suatu pemalar ( $1.67 \text{ J.cm/s}$ ),  $A$  adalah luas keratan rentas rod tersebut ( $10 \text{ cm}^2$ ),  $T$  adalah suhu dan  $x$  adalah koordinat di sepanjang rod tersebut. Untuk masalah ini, kecerunan suhu boleh dikira melalui hubungan,

*with  $Q$  is the heat flux,  $t$  is time (s),  $\lambda$  is a constant ( $1.67 \text{ J.cm/s}$ ),  $A$  is total cross section of the rod ( $10 \text{ cm}^2$ ),  $T$  is the temperature and  $x$  is the coordinates along the rod. For this equation, the gradient of the temperature given by,*

$$\frac{dT}{dx} = \frac{100(L-x)(20-t)}{100-xt}$$

dengan  $L$  adalah panjang rod ( $20\text{cm}$ ) dan  $x$  bersamaan  $2.5\text{cm}$ . Jalankan pengiraan dengan kaedah Runge-Kutte untuk mendapatkan nilai fluks haba dari  $t = 0$  hingga  $t = 10 \text{ s}$  dengan  $h = 2 \text{ s}$ .

*with  $L$  is the length of the rod ( $20\text{cm}$ ) and  $x$  is equal to  $2.5\text{cm}$ . Perform Runge-Kutta method to find the value of the heat flux between  $t = 0$  and  $t = 10 \text{ s}$  and  $h = 2\text{s}$*

(8 markah/marks)

4. (a) Jika  $z = a + bj$  ( $a$  dan  $b$  adalah nombor nyata) memenuhi

*For  $z = a + bj$  ( $a$  and  $b$  are real numbers) satisfying*

$$\frac{2z}{1+j} - \frac{2z}{j} = \frac{5}{2+j}$$

cari  $a$  dan  $b$ .

*find  $a$  and  $b$ .*

(4 markah/marks)

...8/-

- (b) Seorang pekerja pengendali mesin menghasilkan barang yang rosak dengan kebarangkalian sebanyak 0.01 jika dia betul-betul mengikut panduan mengendalikan mesin tersebut manakala kebarangkalian sebanyak 0.03 jika dia tidak mengikut panduan. Diketahui 90% daripada keseluruhan masa mengendalikan mesin, pekerja tersebut telah mengikut panduan.

*A worker-operated machine produces a defective item with probability 0.01 if the worker follows the machine's operating instructions exactly, and with probability 0.03 if he does not. The worker follows the instructions 90% of the time.*

- [i] *Apakah kebarangkalian barang yang dihasilkan oleh mesin adalah rosak?*

*What is the probability that items produced by the machine will be defective?*

- [ii] *Jika diketahui barang adalah rosak, apakah kebarangkalian bahawa pekerja telah mengikut panduan?*

*If defective item is observed, what is the probability that the worker follows the instructions exactly?*

(4 markah/marks)

- (c) Satu dadu adil dilambung dan angka pada muka dadu yang mengarah ke atas dicatat. Jika angka tersebut ialah angka genap maka dadu akan dilambung semula. Jika angka ialah angka ganjil maka syiling adil akan dilambung. Diberi peristiwa :

*A fair die is tossed and the up of the face is noted. If the number is even, the die is tossed again. If the number is odd, a fair coin is tossed. Define the events :*



A :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{satu kepala muncul pada muka atas syiling} \\ \text{a head appears on the coin} \end{array} \right\}$

B :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{dadu hanya dilambung sekali} \\ \text{the die is tossed only one time} \end{array} \right\}$

[i] Cari  $P(A)$  dan  $P(B)$ .

*Find  $P(A)$  and  $P(B)$ .*

[ii] Kenalpasti  $P(A^c)$ ,  $P(B^c)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A|B)$  dan  $P(B|A)$ .

*Identify  $P(A^c)$ ,  $P(B^c)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A|B)$  and  $P(B|A)$ .*

[iii] Adakah A dan B peristiwa saling eksklusif ? Jelaskan.

*Are A and B mutually exclusive events? Explain.*

[iv] Adakah A dan B peristiwa tidak bersandar ? Jelaskan.

*Are A and B independent events? Explain.*

(6 markah/marks)

- (d) Seorang jurutera memperkenalkan jaringan neural tiruan sebagai satu sistem diagnosis untuk barah pangkal rahim. Jurutera tersebut merekodkan bahawa bilangan sejenis barah pangkal rahim tertentu wujud didapati tertabur secara taburan Poisson dengan parameter  $\mu = 69$  untuk jangkamasa 10 jam. Tentukan kebarangkalian bahawa bagi jangkamasa sejam, bilangan barah pangkal rahim tersebut wujud ialah

An engineer introduced an artificial neural network as a cervical cancer diagnosis system. The engineer recorded that the number of a particular type of cervical cancer present has been found to have a Poisson distribution with parameter  $\mu = 69$  for a period of 10 hours. Determine the probability that during 1-hour period, the number of the particular type of cervical cancer will be

- [i] tepat 4  
exactly 4.
- [ii] selebih-lebihnya 2  
at most 2
- [iii] antara 4 dan 10, termasuk.  
between 4 and 10, inclusive.

(6 markah/marks)

5. (a) Kirakan  $\left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$  dan lukiskan punca-puncanya di atas gambarajah Argand.

Evaluate  $\left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$  and display the roots on an Argand diagram.

(7 markah/marks)

- (b) Diketahui bahawa 6 salinan aturcara perisian komersial yang rosak telah tersilap dihantar ke lot perkapalan. Jumlah keseluruhan salinan yang telah dihantar termasuk yang rosak ialah sebanyak 80 salinan. Tiga sampel salinan dipilih tanpa pengembalian.

*It is known that 6 defective copies of a commercial software program were wrongly sent to a shipping lot that has now a total of 80 copies of the program. Three samples of the copies will be selected from a lot without replacement.*

- [i] Apakah kebarangkalian bahawa tepat dua salinan yang rosak?  
*What is the probability that exactly two of the defective copies will be found?*
- [ii] Apakah kebarangkalian bahawa semua salinan adalah rosak?  
*What is the probability that all defective copies will be found?*
- [iii] Apakah kebarangkalian bahawa salinan ketiga yang diperiksa adalah tidak rosak jika diberi salinan pertama dan kedua adalah rosak?  
*What is the probability that the third one selected is okay given that the first one and the second one were defective?*

Sambungan bagi soalan 5(b). Empat sampel dipilih secara rawak tanpa pengembalian.

*Continuation of question 5(b). Four samples are selected, at random, without replacement.*

- [i] Apakah kebarangkalian bahawa salinan keempat yang diperiksa adalah rosak jika diberi salinan pertama dan kedua adalah baik dan ketiga adalah rosak?  
*What is the probability that the fourth one selected is defective given that the first one and the second one selected were okay and the third one selected was defective?*
- [ii] Apakah kebarangkalian bahawa tiga salinan pertama sahaja yang rosak?  
*What is the probability that the first three copies are defective?*

(9 markah/marks)

... 12/-

- (c) Satu kumpulan pengguna meragui tentang berat suatu jenama mentega kacang yang dilebelkan beratnya 10 gram pada botolnya. Satu sampel rawak bersaiz 50 dipilih dan didapati min sampelnya 9.6 gram dan sisihan piawai sampelnya 1.45 gram.  
Uji hipotesis  $H_0 : \mu = 10$  melawan  $H_1 : \mu < 10$  pada paras keertian  $\alpha = 0.05$ .

*A consumer's group is suspicious about the weight of the certain brand of peanut butter for which the bottles are labeled as containing 10 grams. A random sample of 50 bottles yields an average of 9.6 grams with standard deviation of 1.45 grams.*

*Test the hypotheses  $H_0 : \mu = 10$  versus  $H_1 : \mu < 10$  at the level of significance of  $\alpha = 0.05$ .*

(4 markah/marks)

6. (a) Pilihan warna kereta berubah mengikut peredaran masa dan berdasarkan model yang dipilih oleh pengguna. Pada tahun lepas,  $\frac{1}{4}$  daripada kereta mewah yang dijual adalah berwarna hitam. Jika 6 buah kereta dipilih secara rawak daripada kereta yang telah dijual di atas, cari kebarangkalian berikut :

*Car colour preferences change over the years and according to the particular model that the customer selects. In last year,  $\frac{1}{4}$  of all luxury cars sold were black. If 6 cars are randomly selected, find the following probabilities :*

- [i] tepat 2 kereta adalah berwarna hitam

*exactly 2 cars are black*

...13/-

- [ii] lebih daripada 4 kereta adalah berwarna hitam  
*more than 4 cars are black*
- [iii] semua kereta bukan berwarna hitam  
*all cars are not black*
- [iv] sekurang-kurangnya 1 kereta berwarna hitam  
*at least 1 car is black*

(4 markah/marks)

- (b) Biar  $Z$  ialah pembolehubah rawak yang tertabur secara normal piawai. Kira nilai  $C$  jika

*Let  $Z$  be the random variable with standard normal distribution. Find the value of  $C$  if*

[i]  $P(C \leq Z \leq 1) = 0.4766$

[ii]  $P(C \leq Z \leq 1) = 0.7122$

(4 markah/marks)

- (c) Satu kelab tertentu sedang mengadakan satu mesyuarat. Terdapat 1000 ahli semuanya yang akan hadir tetapi hanya 100 buah kerusi sahaja disediakan. Satu persetujuan telah dibuat bahawa hanya golongan yang tua sahaja dibenarkan duduk di atas kerusi. Jika purata umur ahli ialah 40 dan sisihan piawai ialah 5, maka apakah umur ahli termuda yang boleh duduk di atas kerusi. (Anggap umur tertabur secara normal).

*A certain club is having a meeting. There are 1000 members who will attend but only 100 seats available. It is decided that the olderst members should have seats. If the average age of members is 40, with standard deviation of 5, then what is the age of the youngest person who should have a seat? (Assume the ages are normally distributed).*

(6 markah/marks)

- (d) Kembangkan  $\sin 4\theta$  sebagai satu polynomial.

*Expand  $\sin 4\theta$  as a polynomial.*

(6 markah/marks)

7. (a) Katakan suhu  $T$  sepanjang bulan mei adalah tertabur secara normal dengan min,  $\mu = 68^\circ\text{C}$  dan sisihan piawai  $\sigma = 6^\circ\text{C}$ . Kirakan kebarangkalian bahawa suhu sepanjang bulan mei ialah

*Suppose the temperature  $T$  during may is normally distributed with mean,  $\mu = 68^\circ\text{C}$  and standard deviation  $\sigma = 6^\circ\text{C}$ . Find the probability that the temperature during may is*

[i] antara  $70^\circ\text{C}$  dan  $80^\circ\text{C}$   
*between  $70^\circ\text{C}$  and  $80^\circ\text{C}$*

[ii] kurang dari  $70^\circ\text{C}$   
*Less than  $70^\circ\text{C}$*

(4 markah/marks)

- (b) Dengan menggunakan kaedah *differential pulse polarography*, seorang jurutera kimia mengukur nilai arus tertinggi yang dihasilkan (dalam mikroampere) apabila satu sebatian yang mengandungi nikel (dalam parts per billion) ditambahkan dalam ujikajinya.

*Using a chemical procedure called differential pulse polarography, a chemist engineer measured the peak current generated (in microamperes) when a solution containing a given amount of nickel (in parts per billion) is added in his experiment.*

X (Sebatian) (pbb)	Y (Arus Puncak)(mA)
19.1	0.095
38.2	0.174
57.3	0.256
76.2	0.348
95	0.429
114	0.500
131	0.580
150	0.651
170	0.722

- [i] Dapatkan garis regresi linear mudah,  $Y = \alpha + \beta X$  dengan  $\alpha$  dan  $\beta$  ialah pekali.

*Find the simple linear regression model,  $Y = \alpha + \beta X$  with  $\alpha$  and  $\beta$  are coefficients.*

- [ii] Jangka nilai arus puncak apabila sebatian yang mengandungi 100pbb ditambah.

*Predict the peak current generated when a solution containing 100 pbb of nickel is added.*

- [iii] Kira pekali korelasi,  $r$ . Beri kesimpulan anda.

*Calculate the correlation coefficient,  $r$ . Give your conclusion.*

(6 markah/marks)

- (c) Penggunaan bahan api sebuah enjin telah dicatatkan dalam satu penyelidikan seperti dalam jadual berikut. Ia menunjukkan jumlah liter bahan api dan jumlah jam diperlukan.

*Fuel consumption for an engine in a an experiment is given below. It shows the relation between total fuel and total time used in the studies.*

<b>Masa, jam</b> <b>Time, hour</b>	<b>Bahan api, liter</b> <b>Fuel, litre</b>
1.2	0.33201
1.7	0.54739
1.8	0.60496
2.0	0.73891

Jika ada seorang pengguna mengkehendaki 1.55 jam, berapakah jumlah bahan api diperlukan. Guna kaedah interpolasi beza terbahagi Newton dan interpolasi Lagrange.

*If someone need 1.55 hours of time, determine the total fuel needed by using Newton interpolation and Lagrange interpolation method.*

(10 markah/marks)

oooOOOooo