

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang 1986/87

KFE/P 270/4 - Matematik untuk Kimia

Tarikh: 16 April 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 jam)

Jawab LIMA soalan sahaja.

Jawab setiap soalan dalam muka surat yang baru.

Kertas soalan ini mengandungi tujuh soalan semuanya (5 muka surat).

1. (a) Carilah terbitan separa $(\frac{\partial T}{\partial P})_V$, $(\frac{\partial P}{\partial V})_T$ dan $(\frac{\partial V}{\partial T})_P$

bagi suatu gas yang mematuhi persamaan keadaan Berthelot

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{TV^2}.$$

Bagi persamaan di atas, R, a dan b masing-masing adalah

pemalar. Tunjukkan bahawa $(\frac{\partial T}{\partial P})_V (\frac{\partial P}{\partial V})_T (\frac{\partial V}{\partial T})_P = -1$

(14 markah)

- (b) Jika $w = f(ax + by)$, a dan b adalah pemalar, tunjukkan bahawa

$$a(\frac{\partial w}{\partial y})_x - b(\frac{\partial w}{\partial x})_y = 0$$

(6 markah)

.../2-

2. (a) Lakarkan daerah kamilan bagi kamilan

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{4-y^2} \, dy \, dx$$

Kemudian tukarkan tertib pengkamilan dan nilaikan kamilan itu.

(8 markah)

- (b) Rumusan bagi penggantian pembolehubah dalam dua dimensi adalah seperti berikut:

$$\iint_R f(x, y) \, dx \, dy = \iint_{R^*} h(u, v) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| \, du \, dv .$$

Bagi persamaan di atas, $h(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$ dan R^* adalah daerah dalam satah uv yang sepadan dengan R . Jika

$u = x + y, y = uv$, carilah kamilan

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} e^{y/(x+y)} \, dy \, dx$$

Lakarkan daerah kamilan dalam satah xy dan satah uv .

(12 markah)

3. (a) Carilah nilai-nilai ekstrem bagi $f(x, y) = x^2 - y^2$ di sepanjang bulatan S yang berjejari 1 dan berpusat di titik asalan. (9 markah)

(b) Selesaikan $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y^2}$; $x = -2, y = 0$.

Persamaan ini linear terhadap x .

(6 markah)

(c) Selesaikan $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$.

(5 markah)

4. (a) Persamaan bagi pecutan suatu zarah, jisim m , yang mengalami gerakan harmonik mudah ialah

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

Bagi persamaan di atas, $\omega^2 = k/m$ dan k adalah pemalar daya.

Selesaikan persamaan ini. Pada $t = 0$, $x = a$ dan $\frac{dx}{dt} = 0$.

(6 markah)

- (b) Selesaikan persamaan bagi gerakan harmonik lembab di bawah untuk kes $b \neq \omega$, $b < \omega$,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

(6 markah)

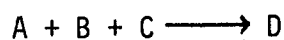
- (c) Tentukan fungsi $M(x, y)$ supaya

$$M(x, y)dx + (xe^{xy} + 2xy + \frac{1}{x})dy = 0$$

adalah persamaan pembezaan yang tepat.

(8 markah)

5. (a) Untuk tindakbalas tertib ketiga,



kadar pembentukan D ialah

$$\frac{dx}{dt} = k(a - x)(b - x)(c - x).$$

Bagi persamaan di atas k adalah pemalar.

Pembolehubah x adalah kepekatan D pada masa t manakala a , b dan c adalah masing-masing kepekatan awal bagi A , B dan C .

Selesaikan untuk mendapat t sebagai fungsi dari x . Keadaan awal ialah $x = 0$ pada $t = 0$.

(10 markah)

- (b) Buktikan bahawa $y_1 = x$ dan $y_2 = x \ln x$ adalah penyelesaian bagi

$$x^2 y'' - xy' + y = 0 \text{ bagi } x > 0.$$

Carilah penyelesaian am bagi

$$x^2 y'' - xy' + y = 4x \ln x$$

(10 markah)

6. Pertimbangkan satu zarah di dalam sebuah kotak satu dimensi yang berkeupayaan $U = 0$ di dalam kawasan $0 \leq x \leq L$ dan $U = \infty$ di dalam kawasan lain.

Dengan memilih fungsi $\phi = N(x^2 - Lx)$ sebagai fungsi gelombang yang kasar bagi keadaan asas sistem ini, tentukan

- (a) pemalar penormalan N ,
- (b) sama ada ϕ adalah fungsi eigen bagi Hamiltonian sistem ini,
- (c) nilai jangkaan (purata) bagi tenaga keadaan asas.

(20 markah)

7. Satu zarah, berjisim m dihadkan di dalam sebuah kotak empatsegi-sama dua dimensi yang panjangnya "a". Fungsi gelombang yang dibenarkan bagi sistem ini ialah

$$\psi = \frac{2}{a} \sin \frac{n_x \pi x}{a} \sin \frac{n_y \pi y}{a} .$$

Bagi persamaan di atas, n_x dan n_y adalah nombor kuantum. Operator Hamiltonian bagi sistem ini ialah

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) .$$

- (a) Tentukan empat nilai eigen yang paling kecil dan tunjukkan nilai-nilai itu pada suatu gambarajah. Tunjukkan juga kedegeneratan.

(14 markah)

- (b) Mengapa keadaan $(0, 0)$, $(0, n_y)$ dan $(n_x, 0)$ tidak dapat diterima sebagai keadaan sistem ini?

(6 markah)

-ooo0ooo-

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Pusat Pengajian Sains Kimia

Pemalar Asas dalam Kimia Fizik

<u>Simbol</u>	<u>Keterangan</u>	<u>Nilai</u>
N_A	Nombor Avogadro	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
F	Pemalar Faraday	$96,500 \text{ C mol}^{-1}$, atau coulomb per mol, elektron
e	Cas elektron	$4.80 \times 10^{-10} \text{ esu}$ $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ atau coulomb
m_e	Jisim elektron	$9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$ $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_p	Jisim proton	$1.67 \times 10^{-24} \text{ g}$ $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
h	Pemalar Planck	$6.626 \times 10^{-27} \text{ erg s}$ $6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
c	Halaju cahaya	$3.0 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$ $3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
R	Pemalar gas	$8.314 \times 10^7 \text{ erg K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $0.082 \text{ l atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $1.987 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
k	Pemalar Boltzmann	$1.380 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1} \text{ molekul}^{-1}$ $1.380 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \text{ molekul}^{-1}$
g		981 cm s^{-2} 9.81 m s^{-2}
1 atm		76 cmHg $1.013 \times 10^6 \text{ dyn cm}^{-2}$ $101,325 \text{ N m}^{-2}$
$2.303 \frac{RT}{F}$		0.0591 V , atau volt, pada 25°C

Berat Atom yang Berguna

H = 1.0 C = 12.0 I = 126.9 Fe = 55.8 As = 74.9

Br = 79.9 Cl = 35.5 Ag = 107.9 Pb = 207.0

Na = 23.0 K = 39.1 N = 14.0 Cu = 63.5

O = 16.0 S = 32.0 P = 31.0 Ca = 40.0