UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

KFE 270/4 - Matematik untuk Kimia

KFP 270/4 - Matematik untuk Kimia

Tarikh: 29 Oktober 1987 — Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari (3 jam)

Jawab LIMA soalan sahaja.

Jawab setiap soalan dalam muka surat yang berasingan.

Kertas ini mengandungi tujuh soalan semuanya (6 muka surat).

---

1. (a) Persamaan keadaan bagi 1 mol gas van der Waals ialah $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$. Pada titik genting gas sejati, $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = 0 = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)_T$. Tunjukkan bahawa pada titik genting gas van der Waals, T, V dan p adalah seperti berikut:

$$T = \frac{8a}{27bR} \quad ; \quad V = 3b \quad ; \quad p = \frac{a}{27b^2}$$

a, b dan R adalah pemalar.

(10 markah)

(b) Andaikan bahawa $S = f(r, \theta) = r\theta(r^2\theta + 5)$ dan $r^2 = x^2 + y^2$ dan $\tan\theta = \frac{y}{x}$.

(i) Nilaikan $\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)_y$, $\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)_x$, $\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_y$ dan $\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_x$

(ii) Kemudian nilaikan $\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y$ dan $\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x$

menggunakan aturan rantai.

$$\left[\frac{d(\tan\theta)}{d\theta} = \sec^2\theta\right]$$

(10 markah)

2. (a) $z = \sqrt{e^{x+2y} - y^2}$

Nilaikan $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y$ dan $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$.

(6 markah)

(b) Penyelesaian persamaan Schröedinger bagi Li^{2+} menghasilkan persamaan berikut bagi fungsi gelombang ψ_{2p_x} ,

$$\psi_{2p_x} = \frac{1}{4}(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{a_o}\right)^{3/2}\left(\frac{3\rho}{a_o}\right)\exp\left(\frac{-3\rho}{2a_o}\right)\sin\phi\cos\theta$$

Buktikan bahawa $\iiint_{W_{\rho\theta\phi}} |\psi_{2p_x}|^2 \rho^2 \sin\phi \, d\rho d\theta d\phi = 1$

iaitu ψ_{2p_x} adalah fungsi gelombang ternormal bagi

$$W_{\rho\theta\phi} = \left\{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leqslant \rho \leqslant \infty, 0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi, 0 \leqslant \phi \leqslant \pi\right\}$$

$$\left[\int_0^\infty x^n e^{-ax}\, dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad \text{(a > 0, n ialah angka bulat positif)}\right]$$

(14 markah)

3. (a) Nilaikan kamilan-kamilan yang berikut dengan menggunakan pertukaran pembolehubah yang sesuai:

(i) $$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2 + y^2)} \, dx \, dy$$ $\pi/4$

(ii) $$\iiint_W (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2} \, dxdydz.$$ W adalah bola pejal $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 1$. $\pi/2$

(10 markah)

(b) Untuk tindak balas tertib kedua,

$$2A + B \longrightarrow C + D$$

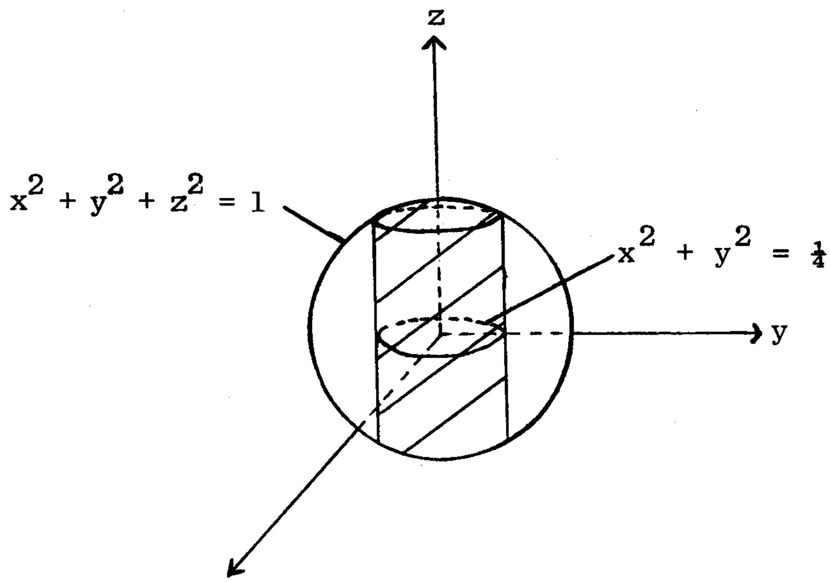
kadar pembentukan D ialah

$$\frac{dx}{dt} = k(a - 2x)(b - x)$$

x adalah kepekatan D atau C pada masa t manakala a dan b adalah masing-masing kepekatan awal bagi A dan B. k adalah pemalar kadar. Selesaikan persamaan di atas untuk mendapat t sebagai fungsi terhadap x. Pada masa t = 0, x = 0.

(10 markah)

4. (a) Carilah isipadu pepejal yang dibatasi oleh permukaan-permukaan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (sfera) dan $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ (silinder) dengan menggunakan koordinat berkutub atau silinder. Pepejal tersebut ditandakan di dalam Rajah 1.



Rajah 1

(12 markah)

(b) Selesaikan $4y'' - 4y' + y = e^{x/2}\sqrt{1 - x^2}$

$$\left[\int \sqrt{1 - x^2}\, dx = \tfrac{1}{2}(\sin^{-1} x + x\sqrt{1 - x^2})\right]$$

(8 markah)

5. (a) Selesaikan $x\, dy + (xy + y - x^2 - 2x)dx = 0$

$$\left[\int xe^x\, dx = e^x(x - 1)\right]$$

(6 markah)

(b) (i) Buktikan bahawa suatu penyelesaian khusus bagi persamaan, $x'' + 2\beta x' + \omega^2 x = f_o \cos \omega_o t$, adalah

$$x_p(t) = \frac{f_o}{(\omega^2 - \omega_o^2)^2 + 4\omega_o^2 \beta^2}\left[2\omega_o\beta \sin \omega_o t + (\omega^2 - \omega_o^2)\cos \omega_o t\right]$$

(ii) **Carilah** penyelesaian am bagi persamaan tidak homogen di bahagian (i).

(14 markah)

6. (a) Persamaan $M(x, y)dx + N(x, y)\,dy = 0$ adalah persamaan homogen jika M dan N adalah masing-masing fungsi homogen yang mempunyai darjah yang sama.

(i) Buktikan bahawa $xydx - x^2dy = y\sqrt{x^2 + y^2}\,dy$ adalah persamaan homogen.

(ii) Selesaikan persamaan tersebut dengan syarat awal $y(0) = 1$.

(10 markah)

(b) Jika ψ_1, ψ_2 dan ψ_3 adalah fungsi ortonormal, normalkan fungsi yang berikut:

(i) $\psi_1 + \psi_2$

(ii) $\psi_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2 + \sqrt{\frac{3}{2}}\,\psi_3$

(10 markah)

7. Pertimbangkan satu zarah di dalam sebuah kotak yang panjangnya ℓ. Fungsi gelombang bagi sistem ini ialah

$$\sqrt{\frac{2}{\ell}}\,\sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right)$$

(a) Bagi ℓ = 1 nm, apakah kebarangkalian untuk mendapati zarah itu di dalam kawasan 0.01 nm dari pusat kotak

(b) Jarakgelombang bagi peralihan yang memerlukan tenaga yang paling rendah untuk sistem ini adalah 200 nm. Apakah jarakgelombangnya jika

(i) jisim zarah digandakan dua,

(ii) panjang kotak digandakan dua?

(10 markah)

oooOooo

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Pusat Pengajian Sains Kimia

Pemalar Asas dalam Kimia Fizik

Simbol	Keterangan	Nilai
N_A	Nombor Avogadro	6.022×10^{23} mol^{-1}
F	Pemalar Faraday	96,500 C mol^{-1}, atau coulomb per mol, elektron
e	Cas elektron	4.80×10^{-10} esu 1.60×10^{-19} C atau coulomb
m_e	Jisim elektron	9.11×10^{-28} g 9.11×10^{-31} kg
m_p	Jisim proton	1.67×10^{-24} g 1.67×10^{-27} kg
h	Pemalar Planck	6.626×10^{-27} erg s 6.626×10^{-34} J s
c	Halaju cahaya	3.0×10^{10} cm s^{-1} 3.0×10^{8} m s^{-1}
R	Pemalar gas	8.314×10^{7} erg K^{-1} mol^{-1} 8.314 J K^{-1} mol^{-1} 0.082 ℓ atm K^{-1} mol^{-1} 1.987 cal K^{-1} mol^{-1}
k	Pemalar Boltzmann	1.380×10^{-16} erg K^{-1} molekul^{-1} 1.380×10^{-23} J K^{-1} molekul^{-1}
g		981 cm s^{-2} 9.81 m s^{-2}
1 atm		76 cmHg 1.013×10^{6} dyn cm^{-2} 101,325 N m^{-2}
$2.303 \frac{RT}{F}$		0.0591 V, atau volt, pada 25 °C

Berat Atom yang Berguna

H = 1.0	C = 12.0	I = 126.9	Fe = 55.8	As = 74.9
Br = 79.9	Cl = 35.5	Ag = 107.9	Pb = 207.0	
Na = 23.0	K = 39.1	N = 14.0	Cu = 63.5	
O = 16.0	S = 32.0	P = 31.0	Ca = 40.1	