
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2010/2011 Academic Session

April/May 2011

IUK 291 – MATHEMATICS II
[MATEMATIK II]

Duration: 3 hours
Masa: [3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer FIVE questions. You may answer the questions either in Bahasa Malaysia or in English.

Arahan: *Jawab LIMA soalan. Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.]*

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. The heat index I depend on the temperature T (measured in $^{\circ}F$) and the humidity H (measured in %). The values of $I = f(T, H)$ are recorded below.

T \ H	50	55	60	65	70	75	80	85	90
90	96	98	100	103	106	109	112	115	119
92	100	103	105	108	112	115	119	123	128
94	104	107	111	114	118	122	127	132	137
96	109	113	116	121	125	130	135	141	146
98	114	118	123	127	133	138	144	150	157
100	119	124	129	135	141	147	154	161	168

- (a) Estimate the values of $f_T(96, 70)$ and $f_H(96, 70)$. Interpret your results. (10 marks)
- (b) Find a linear approximation for $I = f(T, H)$ when T is near $96^{\circ}F$ and H is near 70% . Then use it to estimate the heat index when temperature is $97^{\circ}F$ and humidity is 72% . (5marks)
2. (a) Let $z = e^{-r} \left(\cos \frac{\theta}{p} + \sin \frac{\theta}{p} \right)$ where p is a constant. Show that $\frac{\partial z}{\partial r} = p^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2}$. (5 marks)
- (b) Calculate the iterated integral by first reversing the order of integration $\int_1^2 \int_1^{y^2} (x+2y) dx dy$. (10 marks)
- (c) Find the surface area of the plane $4x + y^2 - z = 0$ that lies above the triangle with vertices $(0, 0)$, $(0, 2)$ and $(2, 2)$. (5 marks)

3. (a) Compute the directional derivative of $f(x, y, z) = x^2z + y^3z^2 - xyz$ at $(2, 1, 1)$ in the direction of $\underline{v} = \langle -1, 0, 3 \rangle$.
(5 marks)
- (b) Evaluate $\iint_D x^2 - xy - 1 \, dA$, where D is the region bounded by the lines $x - y + 3 = 0$, $x + y - 3 = 0$ and $y = 0$.
(10 marks)
- (c) Find the solution of the non-homogeneous differential equation $y'' - 3y' - 4y = 2\sin x$ that satisfies the initial conditions $y(0) = 0$ and $y'(0) = -1$.
(10 marks)
- (d) Use the Ratio test to test the series $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{5^k}$ for convergence.
(5 marks)
4. (a) What is a p-series? Determine whether the infinite series $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4\sqrt{k}}{k^4}$ converges or diverges.
(5 marks)
- (b) Evaluate $\iint_R 2xy \, dA$, where R is the region in the first quadrant bounded by the circles of radius 2 and radius 5 centered at the origin. (Hint: convert to polar coordinates)
(10 marks)
- (c) Find the Taylor series for e^{5x} at $c = 0$.
(5 marks)
5. Solve the differential equation $y'' + y' - 2y = x^2$ using
- (a) method of undetermined coefficient.
(5 marks)
- (b) method of variation of parameters.
(10 marks)

1. Indeks haba I bergantung pada suhu T (diukur dalam $^{\circ}F$) dan kelembapan H (diukur dalam $\%$). Nilai-nilai $I = f(T, H)$ direkodkan di bawah.

$T \backslash H$	50	55	60	65	70	75	80	85	90
90	96	98	100	103	106	109	112	115	119
92	100	103	105	108	112	115	119	123	128
94	104	107	111	114	118	122	127	132	137
96	109	113	116	121	125	130	135	141	146
98	114	118	123	127	133	138	144	150	157
100	119	124	129	135	141	147	154	161	168

- (a) Anggarkan nilai-nilai $f_T(96, 70)$ and $f_H(96, 70)$. Tafsirkan jawapan anda.
(10 markah)
- (b) Cari anggaran linear bagi $I = f(T, H)$ apabila T berdekatan $96^{\circ}F$ dan H berdekatan 70% . Kemudian gunakannya untuk menganggar indeks haba apabila suhu ialah $97^{\circ}F$ dan kelembapan ialah 72% .
(5 markah)
2. (a) Biar $z = e^{-r} \left(\cos \frac{\theta}{p} + \sin \frac{\theta}{p} \right)$ di mana p adalah pemalar. Tunjukkan bahawa $\frac{\partial z}{\partial r} = p^2 \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2}$
(5 markah)
- (b) Kira kamiran lelar berikut dengan menyongsangkan dahulu tertib kamiran $\int_1^2 \int_1^{y^2} (x + 2y) dx dy$.
(10 markah)
- (c) Cari luas permukaan satah $4x + y^2 - z = 0$ yang berada di atas segitiga dengan bucu $(0, 0)$, $(0, 2)$ dan $(2, 2)$.
(5 markah)

3. (a) Kira turunan berarah $f(x, y, z) = x^2z + y^3z^2 - xyz$ pada $(2, 1, 1)$ dalam arah $\underline{v} = \langle -1, 0, 3 \rangle$.
(5 markah)
- (b) Nilaikan $\iint_D x^2 - xy - 1 \, dA$, di mana D ialah kawasan yang dibatasi oleh garis-garis $x - y + 3 = 0$, $x + y - 3 = 0$ dan $y = 0$.
(10 markah)
- (c) Cari penyelesaian bagi persamaan pembezaan tak seragam $y'' - 3y' - 4y = 2\sin x$ yang memenuhi syarat-syarat awal $y(0) = 0$ dan $y'(0) = -1$.
(10 markah)
- (d) Guna ujian Nisbah untuk menguji siri $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{5^k}$ bagi penumpuan.
(5 markah)
4. (a) Apa yang dimaksudkan dengan siri-p? Tentukan sama ada siri tak terhingga $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4\sqrt{k}}{k^4}$ menumpu atau mencapai.
(5 markah)
- (b) Nilaikan $\iint_R 2xy \, dA$, di mana R ialah kawasan di dalam sukuan pertama yang dibatasi oleh bulatan-bulatan berjari 2 dan berjari 5 berpusat di asalan. (Petunjuk: Tukar ke koordinat kutub)
(10 markah)
- (c) Cari siri Taylor series bagi e^{5x} pada $c = 0$.
(5 marks)
5. Selesaikan persamaan pembezaan berikut $y'' + y' - 2y = x^2$ dengan
- (a) kaedah koefisien tak ditentukan.
(5 markah)
- (b) kaedah parameter bervariasi.
(10 markah)