

Mac/April 1992

KFE 272 - Matematik untuk Kimia II

Masa : (2 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.Hanya EMPAT jawapan yang pertama sahaja akan diperiksa.

Jawab tiap-tiap soalan pada muka surat yang baru.

Kertas ini mengandungi ENAM soalan semuanya (4 muka surat).

1. Carilah penyelesaian am untuk setiap persamaan berikut:

(a) $e^{(x+y)} dy = x dx$

(b) $(x^2 + 3y^2) dx - 2xy dy = 0$

(c) $y' - 2y = e^{3x}$

(25 markah)

2. (a) Selesaikan masalah nilai awal berikut

$$y'' - y' - 2y = 3e^{2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -2$$

(8 markah)

(b) Satu penyelesaian bagi persamaan berikut

$$x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$$

ialah x^2 , carilah satu lagi penyelesaian untuk persamaan tersebut dan tuliskan penyelesaian amnya.

(9 markah)

(c) Carilah penyelesaian am bagi persamaan berikut:

$$y'' + y = \operatorname{cosec} x$$

433

(8 markah)

.../2

3. (a) Isotop radioaktif menyusut berkadar dengan jumlah isotop yang tinggal. Isotop ^{90}Sr mempunyai setengah-hayat selama 28.1 tahun, iaitu, jumlahnya menjadi seperdua jumlah asal dalam tempoh masa itu. Kalau 1 μg isotop itu diserap oleh seorang bayi semasa dia dilahirkan, berapakah jumlah yang masih tinggal di badannya semasa dia berumur 32 tahun?

(10 markah)

(b) Dua ruang A_1 dan A_2 , masing-masing berisipadu 10 liter, diasingkan dengan suatu selaput. Katakan $y_1(t)$ dan $y_2(t)$ ialah kuantiti zat larutan masing-masing di dalam A_1 dan A_2 pada masa t . Maka $P_1(t) = \frac{y_1(t)}{10}$

dan $P_2(t) = \frac{y_2(t)}{10}$ merupakan kepekatan larutan di dalam A_1 dan A_2 .

Zat larutan dapat meresap melalui selaput dari satu ruang ke ruang yang satu lagi. Kadar peresapan berkadar dengan perbezaan di antara kepekatan larutan di dalam kedua-dua ruang, iaitu

$$y_1'(t) = k(P_2 - P_1)$$

$$y_2'(t) = k(P_1 - P_2)$$

dengan k sebagai pemalar kekadaran.

(i) Tunjukkan bahawa

$$P_1'' + \frac{k}{5} P_1' = 0 \text{ dan}$$

$$P_1(t) = P_1(0) - \frac{1}{2} [P_2(0) - P_1(0)] (e^{-kt/5} - 1)$$

(ii) Keadaan keseimbangan dicapai selepas suatu masa yang terlalu panjang. Berapakah nilai kepekatan P_1 ketika itu?

434

(15 markah)

4. (a) Buktikan bahawa eigennilai sesuatu operator adalah sah selagi operator itu Hermitian.

(10 markah)

- (b) Buktikan bahawa nilai purata bagi sesuatu kuantiti fizik a diberi sebagai

$$a = \int \psi^* A \psi \, d\tau$$

yang mana A ialah operator bagi a .

(10 markah)

- (c) Tentukan samada fungsi $a x e^{-kx}$ ialah eigennilai kepada operator $\frac{d^2}{dx^2}$.

(5 markah)

5. (a) Buktikan bahawa jika eigenfungsi-eigenfungsi ψ_i dan ψ_j adalah ortogonal maka

$$\int \psi_i \psi_j \, d\tau = 0$$

(10 markah)

- (b) Eigenfungsi bagi sistem zarah dalam kotak-1-dimensi diberi sebagai

$$\psi_n = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

yang mana L ialah dimensi kotak dan $n = 1, 2, 3 \dots$ ialah nombor kuantum. Tentukan kebarangkalian menemui zarah berkenaan pada kawasan $0.001 L$ di sebelah kiri dan kanan $1/3 L$ pada keadaan $n = 1$.

(Petunjuk: $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$)

435

(15 markah)

6. (a) Tentukan operator Hamiltonian bagi atom helium dan seterusnya tuliskan persamaan Schrodingeranya.

(10 markah)

- (b) Dengan menggunakan teori orbital molekul Huckel tentukan aras-aras tenaga elektron- π dalam sebutan kamilan coulomb α dan kamilan resonan β bagi kumpulan alilik $\{-C=C=C-\}$. Seterusnya tuliskan ekspresi orbital-orbital π yang dipunyai oleh kumpulan ini.

(15 markah)

ooo0ooo

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Pusat Pengajian Sains Kimia

Pemalar Asas dalam Kimia Fizik

<u>Simbol</u>	<u>Keterangan</u>	<u>Nilai</u>
N_A	Nombor Avogadro	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
F	Pemalar Faraday	96,500 C mol ⁻¹ , atau coulomb per mol, elektron
e	Cas elektron	4.80×10^{-10} esu 1.60×10^{-19} C atau coulomb
m_e	Jisim elektron	9.11×10^{-28} g 9.11×10^{-31} kg
m_p	Jisim proton	1.67×10^{-24} g 1.67×10^{-27} kg
h	Pemalar Planck	6.626×10^{-27} erg s 6.626×10^{-34} J s
c	Halaju cahaya	3.0×10^{10} cm s ⁻¹ 3.0×10^8 m s ⁻¹
R	Pemalar gas	8.314×10^7 erg K ⁻¹ mol ⁻¹ 8.314 J K ⁻¹ mol ⁻¹ 0.082 l atm K ⁻¹ mol ⁻¹ 1.987 cal K ⁻¹ mol ⁻¹
k	Pemalar Boltzmann	1.380×10^{-16} erg K ⁻¹ molekul ⁻¹ 1.380×10^{-23} J K ⁻¹ molekul ⁻¹
g		981 cm s ⁻² 9.81 m s ⁻²
1 atm		76 cmHg 1.013×10^6 dyn cm ⁻² $101,325$ N m ⁻²
$2.303 \frac{RT}{F}$		0.0591 V, atau volt, pada 25 °C

Berat Atom yang Berguna

H = 1.0	C = 12.0	I = 126.9	Fe = 55.8	As = 74.9
Br = 79.9	Cl = 35.5	Ag = 107.9	Pb = 207.0	Xe = 131.1
Na = 23.0	K = 39.1	N = 14.0	Cu = 63.5	F = 19.0
O = 16.0	S = 32.0	P = 31.0	Ca = 40.1	