

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

KFE 271 - Matematik Untuk Kimia I

Masa : (2 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.

Hanya EMPAT jawapan yang pertama sahaja akan diperiksa.

Jawab tiap-tiap soalan pada muka surat yang baru.

Kertas ini mengandungi LIMA soalan semuanya (5 muka surat).

1. (a) Katakan $u = e^{xy} \sin(x + y)$. Cari U_{xx} , U_{xy} dan U_{yy} .
Seterusnya tunjukkan bahawa

$$xU_{xx} - yU_{yy} = (y - x)(xy + 1)u$$

(25 markah)

- (b) Jika

$$2x - y + u - 2v = 1$$

$$2x^2 - 2y^2 - u^2 + v^2 = 4$$

cari $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_y$ dan $\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x$ dalam sebutan x, y, u, v .

(25 markah)

.../2

- (c) Katakan $f(t)$ adalah suatu fungsi terbezakan satu pembolehubah t . Jika

$$U = f(ax + by + cz)$$

di mana a, b, c adalah pemalar tak sifar, tunjukkan bahawa

$$U_x + U_y = \frac{(a + b)}{c} U_z$$

(25 markah)

- (d) Jika $z^2 + xy - y^2 + 1 = 0$, cari $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$ dan $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)$ dalam sebutan x, y, z .

(25 markah)

2. (a) Sebuah kotak tanpa tutup yang ingin dibuat dari kayu sepatutnya mempunyai isipadu $\alpha \text{ cm}^3$ di mana α merupakan nombor positif. Dengan mengabaikan ketebalan kayu yang akan digunakan dapatkan bentuk (dimensi) kotak yang menggunakan jumlah kayu yang minima.

(45 markah)

- (b) Cari semua titik genting untuk fungsi

$$F(x, y) = 3xy + x^2 - y^3$$

dan seterusnya tentukan samada titik-titik berkenaan adalah titik maksimum atau minimum tempatan atau titik-titik pelana.

(25 markah)

- (c) Cari titik pada satah $2x - y + z = 0$ yang terdekat dari asalan. Apakah jarak terdekat ini.

(30 markah)

3. (a) Nilaikan

(i)
$$\int_0^1 \int_x^{2x} (x + y) dy dx$$

(ii)
$$\iint_D xy dx dy, \text{ di mana } D \text{ adalah rantau}$$

yang dibatasi oleh parabola $2x - y^2$ dan garis lurus $y = x$.

(iii)
$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^{x+y} \frac{1}{1+x^3} dz dx dy$$

(iv)
$$\iiint_s z^2 dx dy dz, \text{ di mana } s \text{ adalah sfera}$$

yang berpusat pada asalan dan berjajari 2.

(50 markah)

- (b) (i) Cari isipadu bungkah dalam oktan pertama yang dibatasi oleh permukaan $z^2 = 1 - x - y$ dan satah-satah koordinat $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$.
- (ii) Cari isipadu bungkah yang dibatasi oleh satah $z = 4$ dan permukaan $z = 8 - x^2 - 4y^2$.

(50 markah)

4. $\int \int \int_s 2x^3y^2z \, dV$, di mana s adalah rantau

$$\{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x, x - y \leq z \leq x + y\}$$

- (a) Nilaikan (selesaikan) kamiran di atas. (20 markah)
- (b) Kira isipadu bagi rantau yang terlibat. (20 markah)
- (c) Sekiranya rantau yang diberikan di atas merupakan pepejal yang mempunyai ketumpatan jisim

$$p(x, y, z) = x + 2y + 4z \text{ kg/m}^3.$$

kira jisim bagi pepejal ini. (20 markah)

- (d) Dapatkan pusat jisim bagi pepejal ini. (40 markah)

.../5

5. (a) Dengan menggunakan transformasi ke ko-ordinat kutub, cari nilai setiap kamilan berikut:

(i) $\iint_D xy \, dx \, dy$, di mana D adalah rantau dalam

sukuan pertama di antara dua bulatan $x^2 + y^2 = 4$ dan $x^2 + y^2 = 1$.

(ii) $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$, di mana V adalah

rantau dalam oktan pertama yang dibatasi oleh silinder $x^2 + y^2 = a^2$ dan kon $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(50 markah)

- (b) Entropi S dan tenaga dalam U untuk suatu sistem termodinamik dibubungkan oleh persamaan

$$dU = TdS - PdV,$$

masing-masing di mana P, V, T adalah tekanan, isipadu dan suhu untuk sistem tersebut.

Jika $S = nC_p \ln T - nR \ln P + \text{pemalar}$ dan $PV = nRT$

di mana n, C_p , R adalah pemalar, cari

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \text{ dan } \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T$$

(50 markah)