

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1989/90

Jun 1990

FMT 101 Matematik

Masa: (2 jam)

Kertas ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

....2/-

1. (A) Diberikan sistem persamaan linear berikut:

$$2x + y + w - 2z = 1$$

$$3x - 2y + w - 6z = -2$$

$$x + y - w - z = -1$$

$$6x + w - 9z = -2$$

$$5x - y + 2w - 8z = 3$$

Nyatakan sama ada sistem tersebut konsisten atau tidak. Jikalau konsisten carikan penyelesaiannya.

(B) Diberikan matriks A dan matriks B

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

(i) Adakah $(AB)^T$ sama dengan $(A^T)(B^T)$?

(ii) Adakah $(2A)^T$ sama dengan $2(A^T)$?

Buktikan.

(20 markah)

...3/-

2. (A) $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ dan $|A| = 20$

Tentukan

(i) $\begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix}$

(ii) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g + 6a & h + 6b & i + 6c \end{vmatrix}$

(B) Dengan menggunakan Petua Cramer carikan nilai untuk x.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

(20 markah)

3. (A) Apabila suatu drug A disuntik secara intraotot, kepekatan drug A di dalam darah pada masa t selepas suntikan diberikan oleh fungsi berikut:

$$f(t) = 5 (e^{-0.01t} - e^{-0.51t})$$

Lakarkan fungsi yang diberikan untuk $t \geq 0$.

(10 markah)

- (B) (i) Kamirkan $\int x^k \ln(ax) dx$.
Dengan menggunakan keputusan di atas, selesaikan,

$$\int x^5 \ln 4x dx$$

(3 markah)

- (ii) Selesaikan $y' = \sqrt{ty}$, $y(1) = 4$.

(2 markah)

- (iii) 5 mg pewarna disuntikkan ke dalam vena yang menuju ke jantung. Kepekatan pewarna di dalam aorta yang berpunca dari jantung ditentukan setiap 2 saat selama 22 saat. (Lihat jadual di sebelah). Biar $C(t)$ mewakili kepekatan di aorta selepas t saat.

Anggarkan $\int_0^{22} C(t) dt$.

...5/-

masa (saat) selepas suntikan	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
kepekatan (mg/liter)	0	0	0.6	1.4	2.7	3.7	4.1	3.8	2.9	1.5	0.9	0.5

(5 markah)

4. (A) Seorang pesakit diberikan digitoksin untuk merawat penyakit kegagalan jantung. Kadar eliminasi digitoksin untuk pesakit ini didapati berkadar kepada amaun digitoksin yang tertinggal di dalam badan dan keputusan menunjukkan 10% amaun digitoksin yang tertinggal di dalam badan akan dieliminasi. Jika dos 0.05 mg diberikan setiap hari kepada pesakit ini,

(i) dapatkan siri infinit yang menghubungkan amaun digitoksin di dalam badan pesakit ini selepas hari ke n .

(ii) anggarkan amaun digitoksin di dalam badan pesakit selepas rawatan selama beberapa bulan.

(10 markah)

(B) Anda diberikan dua fungsi linear yaitu:

$$f(x) = ax + b; \quad g(x) = cx + d$$

Tentukan syarat-syarat ke atas a dan b supaya $f \circ g = g \circ f$ dipenuhi.

(10 markah)

5. (A) Tentukan had untuk setiap fungsi berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[1 + \left(\frac{1}{x}\right)\right]^x$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 + 16x^2 + 28x + 16}{x^5 + 4x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 12x + 12}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{x - x_0}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3}$

(v) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{5x^2 + 1}$

(10 markah)

(B) Selesaikan

(i) $\int x e^{-x} dx$

(ii) $\int x e^{x^2} dx$

(iii) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

(6 markah)

(C) Dos drug (D) untuk kanak-kanak berumur di antara 3 hingga 12 tahun bergantung kepada umurnya (x) dan dos dewasa (y) drug tersebut. Hubungan ini disebut sebagai Hukum Young; iaitu

$$D(x, y) = \frac{x}{x + 12} ; 3 \leq x \leq 12$$

Carikan,

(i) $D(6, 30)$

(ii) $D(8, 200)$

Carikan pembezaan separa D_x dan D_y untuk fungsi di atas.

(4 markah)

6. (A) Carikan antiderivatif fungsi berikut dengan menggunakan kaedah pecahan separa;

$$\frac{4 - 3x}{x^2 + 3x - 4}$$

Dengan menggunakan keputusan di atas, selesaikan

$$\int \frac{x^2}{(x + 4)(x - 1)} dx$$

(4 markah)

- (B) Suatu bahan kimia disingkirkan ke dalam sungai mengikut kadar

$$R(t) = Pe^{-kt},$$

P mewakili kadar asal, iaitu ketika masa (t) bersamaan kosong.

Jika $P = 1000$ dan $k = 0.06$

carikan jumlah bahan yang disingkirkan ke dalam sungai untuk masa hadapan yang tidak terhad (infiniti).

(4 markah)

...9/-

(C) Suatu ujian menunjukkan kadar pertumbuhan bakteria di masa t (dalam jam) diwakilkan oleh persamaan $N(t) = 80e^{0.5t}$. Hitungkan purata bilangan bakteria dalam tempoh 24 jam pertama ujian tersebut dijalankan.

(4 markah)

(D) Pakar psikologi menggunakan kaedah pembahagian kepintaran (IQ) untuk mengukur tahap kepintaran. IQ ialah nilai positif yang menghubungkan usia mental dan usia sebenar seseorang. Median bagi IQ ditentukan sebagai 100. Jika taburan IQ menurut keluk taburan normal atau keluk berbentuk loceng dan diwakilkan oleh persamaan

$$y = \frac{1}{16\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - 100}{16}\right)^2}$$

- (i) lakarkan keluk untuk fungsi di atas, dan,
- (ii) anggarkan peratus orang-orang yang mempunyai IQ di antara 120 hingga 124.

(8 markah)