

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1992/93

April 1993

FMT 101 Matematik

Masa: (2 jam)

Kertas ini mengandungi ENAM (6) soalan dan 9 muka surat yang bertaip.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (A) Suatu dos drug sebanyak Q unit diberikan secara intravena kepada seorang pesakit dan amaun drug di dalam darah pada masa t minit diberikan sebagai Qe^{-ct} dengan $c > 0$. Jika diandaikan dos yang sama diberikan pada setiap T minit,

(i) tunjukkan amaun drug di dalam darah selepas pengambilan dos ke k diberikan sebagai

$$A(k) = \sum_{n=0}^{k-1} Qe^{-ncT}$$

(ii) tentukan amaun maksimum drug di dalam darah.

(iii) tentukan selangmasa T di antara pemberian dos berikutnya yang menghasilkan $A(k)$ yang tidak melebihi M untuk $M > Q$.

(10 markah)

...3/-

- (B) Seorang pengilang menerima N kg serbuk parasetamol yang diletakkan di dalam stor. Serbuk ini dikeluarkan sedikit demi sedikit untuk digunakan pada kadar tetap sehingga kesemuanya dihabiskan di dalam masa setahun. Biar kos penyimpanan ditetapkan p ringgit seunit setahun.
- (a) Nyatakan satu ungkapan untuk menerangkan kos total penyimpanan yang perlu dibayar pengilang selama 1 tahun.
- (b) Tunjukkan bahawa kos total ini sama dengan kos total menyimpan $N/2$ kg parasetamol sepanjang tahun.

(5 markah)

- (C) Bilangan bakteria yang wujud di dalam satu kultur t minit selepas diujikaji dilambangkan oleh
- $$Q(t) = 2000 e^{0.05t}.$$
- Berapakah bilangan purata bakteria yang wujud di dalam kultur tersebut di dalam masa 5 minit pertama ujikaji?

(5 markah)

...4/-

2. (A) Selesaikan had berikut

$$(i) \quad \text{had}_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{3x} + \ln x}{e^{3x} + x^2}$$

$$(ii) \quad \text{had}_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x$$

$$(iii) \quad \text{had}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$$

(6 markah)

(B) Dengan menggunakan algoritma Newton, selesaikan kesemua punca sebenarnya bagi persamaan $x^3 - 3x + 1 = 0$. Nyatakan penyelesaian anda kepada dua titik perpuluhan.

(6 markah)

(C) Sebuah kedai farmasi retail menjual dua jenis multivitamin, Jenis A dan Jenis B. Data jualan menunjukkan bahawa jika Jenis A dijual dengan harga x ringgit sebotol dan Jenis B dengan y ringgit sebotol, permintaan untuk Jenis A diberi sebagai

$$Q(x, y) = 300 - 20x^2 + 30y \text{ botol sebulan}$$

Dijangkakan bahawa di dalam t bulan dari sekarang harga Jenis A ialah $x = 2 + 0.05t$ ringgit sebotol dan Jenis B ialah $y = 2 + 0.1\sqrt{t}$ ringgit sebotol. Berapakah kadar perubahan permintaan Jenis A mengikut masa 4 bulan dari sekarang?

(5 markah)

(D) Carikan $\frac{dz}{dt}$ jika $z = x^2 + 3xy + 1$, $x = 2t + 1$, dan $y = t^2$.

(3 markah)

3. (A) Cari $\frac{dy}{dx}$

$$(i) y = \ln \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

$$(ii) y = 5^{\ln x} \ln x$$

$$(iii) y = \sqrt{1 + \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}$$

(6 markah)

(B) Bincangkan keselanjutan

$$(i) f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x}$$

$$(ii) f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{jika } x < -2 \\ x - 5 & \text{jika } -2 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & \text{jika } 1 < x \end{cases}$$

(4 markah)

...6/-

(C) (i) Kamirkan: $\int x^2 e^x dx$

(ii) Carikan antiderivatif untuk:

$$x^3 e^{x^4} + 2 \quad dx$$

(5 markah)

(D) Dianggarkan bahawa di dalam masa t tahun dari sekarang penduduk Isketambula akan meningkat dengan kadar $e^{0.02t}$ juta setahun. Jika bilangan penduduk sekarang adalah 53 juta, berapakah jumlah penduduk Isketambula 10 tahun dari sekarang?

(5 markah)

4. (A) Lakarkan graf untuk fungsi $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$

(8 markah)

...7/-

(B) (i) Kadar penyerapan drug ke dalam satu sistem darah diberi sebagai $\frac{dx}{dt} = r - sx$, dengan $x(t)$ menunjukkan kepekatan drug di dalam darah pada masa t ; r dan s adalah angkataap positif. Andaikan asalnya tiada drug langsung di dalam darah.

(a) Carikan $x(t)$.

(b) Apakah terjadi kepada $x(t)$ dalam jangkamasa panjang (bila t terus meningkat tanpa had)?

(4 markah)

(ii) Gunakan Hukum Trapezium untuk menilai

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

(3 markah)

(iii) Seorang ahli farmasi boleh mendispenskan preskripsi dengan kadar

$$P(t) = \frac{e^{-0.4t}}{t} \text{ preskripsi per jam.}$$

Berapakah jumlah preskripsi yang didispenskannya di antara jam 8 pagi hingga 12 tengah hari secara berterusan?

(3 markah)

(iv) Carikan penyelesaian umum persamaan perbezaan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y^2}$$

(2 markah)

5. (A) Sistem persamaan linear berikut mempunyai pemalar "K" yang tidak dinyatakan nilainya. Tentukan nilai "K" supaya sistem ini

(i) konsisten

(ii) mempunyai penyelesaian yang unik.

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 2 \\2x + y + 4z &= 3 \\3x + y + Kz &= 6\end{aligned}$$

(10 markah)

(B) Diberikan

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(i) Tentukan X^2 , X^3 , X^4 dan seterusnya X^n .

(ii) Tentukan Y^2 , Y^3 dan seterusnya Y^n .

(10 markah)

6. (A) Carikan nilai "K" supaya sistem persamaan linear berikut mempunyai penyelesaian tidak sifar.

$$2x + y + z = Kx$$

$$2x + 3y + 2z = Ky$$

$$x + y + 2z = Kz$$

(12 markah)

- (B) Diberikan

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Tentukan Z^{-1} supaya $ZX = Y$.

(8 markah)