
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
[Peperiksaan Semester Pertama]

Academic Session 2008/2009
[Sidang Akademik 2008/2009]

November 2008

CCS592 – Advanced Algorithms and Complexity
[Algoritma Lanjutan & Kekompleksan]

Duration : 2 hours
[Masa : 2 jam]

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:
[ARAHAN KEPADA CALON:]

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions in **SEVEN** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

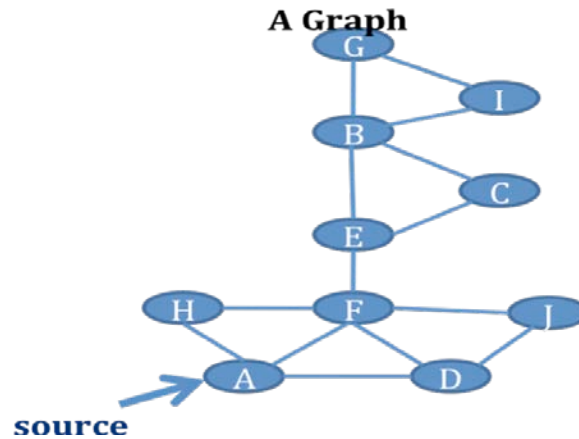
- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia.]

1. (a) Hypothesis: **Simplest is not necessarily the most efficient.** Do you agree or disagree with the hypothesis? Prove your answer by using the complexity analysis theorem and propositions. (12/100)
- (b) Given the following graph, show how to determine the articulation points, bridges and biconnected component.



(13/100)

2. (a) Let $R(i, j)$ be the number of times that table entry $m[i, j]$ is referenced while computing other table entries in a call of MATRIX_CHAIN_ORDER (given below).

MATRIX_CHAIN_ORDER

```

1   $n \leftarrow \text{length}[p] - 1$ 
2  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
3      do  $m[i, i] \leftarrow 0$ 
4  for  $l \leftarrow 2$  to  $n$        $\triangleright l$  is the chain length
5      do for  $i \leftarrow 1$  to  $n - l + 1$ 
6          do  $j \leftarrow i + l - 1$ 
7               $m[i, j] \leftarrow \infty$ 
8              for  $k \leftarrow i$  to  $j - 1$ 
9                  do  $q \leftarrow m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1}p_kp_j$ 
10                     if  $q < m[i, j]$ 
11                         then  $m[i, j] \leftarrow q$ 
12                              $s[i, j] \leftarrow k$ 
13  return  $m$  and  $s$ 

```

Show that the total number of references for the entire table is

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R(i,j) = \frac{n^3 - n}{3}$$

(Hint: You may find this equation useful)

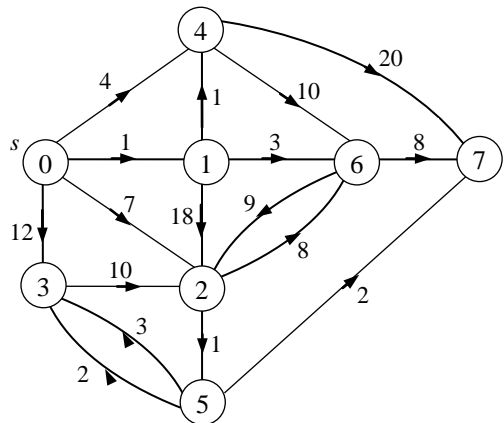
$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(12/100)

- (b) The *8-puzzle* is an example of game that can be solved using heuristic search strategies. Define the representation for the state space and strategies for state space search to solve the *8-puzzle*.

(13/100)

3. (a) Using the Edmonds-Karp algorithm, find a maximum flow f and a minimum cut in the following capacitated network N .



Network N

(15/100)

- (b) Consider inserting the keys 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88 and 59 into a hash table of length $m = 11$ using open addressing with the primary hash function $h'(k) = k \text{ mod } m$. Illustrate the results of inserting these keys using linear probing, using quadratic probing with $c_1 = 1$ and $c_2 = 3$ and using double hashing $h_2(k) = 1 + k \text{ mod } (m-1)$. Analyse each probing method in the average and worst case scenarios.

(15/100)

4. (a) Extend the Rabin-Karp method to the problem of searching a text string for an occurrence of any one from the set of k patterns. Firstly, assume that all k patterns have the same length, then generalised your solution to variable length patterns.

(10/100)

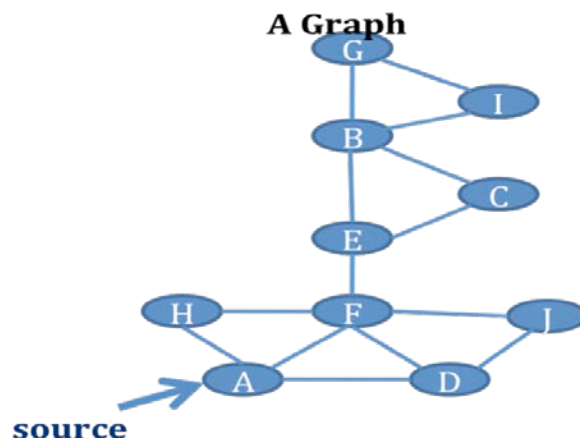
- (b) $NP = \{ L \mid L \text{ can be decided in nondeterministic polynomial time} \}$, the class of problems solvable in nondeterministic polynomial time. Prove that the vertex cover and the maximum clique algorithms belong to NP .

(10/100)

1. (a) Hipotesis: **Yang paling mudah tak semestinya paling efisien.** Adakah anda bersetuju/tidak bersetuju dengan hipotesis tersebut? Buktikan jawapan anda dengan menggunakan teori analisis kekompleksan dan pernyataan cadangan.

(12/100)

- (b) Diberi graf berikut, tunjukkan bagaimana menentukan titik artikulasi, jejambat dan komponen dua hubungan.



(13/100)

2. (a) $R(i, j)$ ialah bilangan kali elemen jadual $m[i, j]$ dirujuk semasa mengira elemen-elemen jadual yang lain dalam panggilan ke MATRIX_CHAIN_ORDER (diberi di bawah).

MATRIX_CHAIN_ORDER

```

1   $n \leftarrow \text{length}[p] - 1$ 
2  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
3      do  $m[i, i] \leftarrow 0$ 
4  for  $l \leftarrow 2$  to  $n$        $\triangleright l$  is the chain length
5      do for  $i \leftarrow 1$  to  $n - l + 1$ 
6          do  $j \leftarrow i + l - 1$ 
7               $m[i, j] \leftarrow \infty$ 
8                  for  $k \leftarrow i$  to  $j - 1$ 
9                      do  $q \leftarrow m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1}p_kp_j$ 
10                         if  $q < m[i, j]$ 
11                             then  $m[i, j] \leftarrow q$ 
12                                  $s[i, j] \leftarrow k$ 
13  return  $m$  and  $s$ 

```

Tunjukkan jumlah rujukan untuk keseluruhan jadual

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R(i,j) = \frac{n^3 - n}{3}$$

(**Petua:** Anda mungkin mendapati formula di bawah berguna)

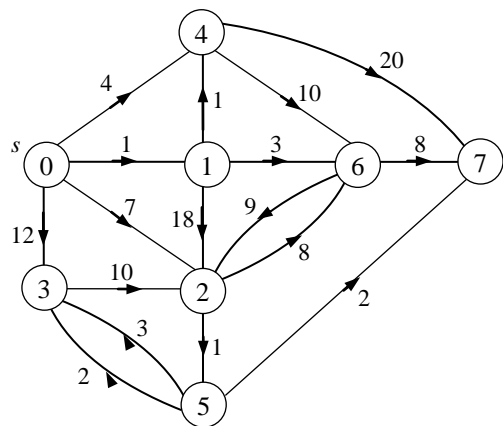
$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(12/100)

- (b) *8-puzzle* adalah contoh permainan yang boleh diselesaikan menggunakan kaedah heuristik. Definiskan perwakilan untuk ruang keadaan dan strategi carian ruang keadaan untuk menyelesaikan permainan *8-puzzle*.

(13/100)

3. (a) Laksanakan algoritma Edmonds-Karp untuk mencari aliran maksima dan potongan maksima untuk **rangkaian bermuatan** N berikut.

Rangkaian N

(15/100)

- (b) Pertimbangkan menyelit kekunci 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88 dan 59 ke dalam jadual cincangan yang panjangnya $m = 11$ menggunakan konsep pengalamatan terbuka dengan fungsi utama cincangan ialah $h'(k) = k \bmod m$. Tunjukkan langkah demi langkah hasil penyelitan setiap kekunci menggunakan probing linear, probing kuadratik dengan $c_1 = 1$ dan $c_2 = 3$ dan cincangan dua kali $h_2(k) = 1 + k \bmod (m-1)$. Buat analisis bagi setiap kaedah cincangan dalam keadaan kes terburuk dan kes purata.

(15/100)

4. (a) Ubahsuai kaedah Rabin-Karp untuk menyelesaikan masalah mencari rentetan teks untuk kewujudan mana-mana satu set k corak. Pada awalnya anggapkan semua k corak mempunyai panjang yang sama. Kemudian ubah penyelesaian anda untuk mencari corak yang berbeza panjangnya.

(10/100)

- (b) $NP = \{ L \mid L \text{ boleh diselesaikan dalam masa tidak ketentuan polinomial} \}$, adalah satu kelas masalah yang boleh diselesaikan dalam masa tidak ketentuan polynomial. Buktikan algoritma penutupan vertex dan algoritma mencari klik maksima adalah ahli NP.

(10/100)