
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2010/2011

April/Mei 2011

EUM112- KAEDAH BERANGKA DAN STATISTIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN BELAS** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **TUJUH** soalan.

Jawab **LIMA** soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi soalan diberikan disudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

“Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.”

“In the event of any discrepancies, the English version shall be used.”

1. (a) Diberi matriks $A = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

Dengan menggunakan kaedah kuasa, cari nilai eigen terbesar (atau dominan) dan vektor eigen yang sepadan dengan berdasarkan tekaan awal $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Berhenti pada lelaran ke-5.

Given matrix $A = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

Using the power method, find the largest (or dominant) eigenvalues and its corresponding eigenvectors of the matrix with an initial guess $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Stop at the 5th iteration.

(30 markah/marks)

(b) Masalah nilai awal di bawah menunjukkan kecerunan suatu graf yang melalui suatu titik (0,1).

The following initial value problem shows the slope of a graph that passes through the point (0,1).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}, \quad y(0) = 1$$

- (i) Berdasarkan masalah ini, anggarkan nilai bagi $y(0.3)$ dengan menggunakan kaedah Euler dengan saiz langkah $h = 0.1$. Ulang dengan saiz langkah $h = 0.05$.

Based on this problem, approximate the value of $y(0.3)$ using the Euler's method with step size $h = 0.1$. Repeat with step size $h = 0.05$.

- (ii) Sekiranya penyelesaian analitik sebenar bagi fungsi ini didapati sebagai $y(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, bandingkan peratusan ralat nilai-nilai anggaran anda daripada bahagian (i) dengan nilai sebenar untuk kedua-dua saiz langkah.

If the exact analytical solution of the function is found to be

$y(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, compare the percentage errors of your approximated values from part (i) with the exact value for both step sizes.

- (iii) Daripada keputusan ini, adakah anggaran dengan kaedah Euler bertambah baik apabila saiz langkah dikurangkan daripada 0.1 ke 0.05 ?

From these results, does the Euler approximation improves when the step size is reduced from 0.1 to 0.05 ?

(40 markah/marks)

- (c) Kira nilai kamiran (dengan 6 tempat perpuluhan)

Compute the value of the integral (with 6 decimal places)

$$I = \int_{0.2}^{1.0} (\sin x - \ln x + e^{2x}) dx \text{ with } h = 0.1$$

Dengan:

By:

- (i) *Petua trapezoidal*

Trapezoidal rule

- (ii) *Petua Simpson $\frac{1}{3}$*

Simpson's $\frac{1}{3}$ rule

- (iii) *Petua Simpson $\frac{3}{8}$*

Simpson's $\frac{3}{8}$ rule

(30 markah/marks)

2. (a) Tunjukkan bahawa fungsi yang diberikan adalah analitik dalam domain bersesuaian.

Verify that the given function is analytic in an appropriate domain.

$$f(z) = \frac{x}{x^2 + y^2} - i \frac{y}{x^2 + y^2}$$

(25 markah/marks)

- (b) Dapatkan darjah julat kutub dan nilai baki bagi fungsi.

Determine the order of the poles and the values of the residue of the function.

$$f(z) = \frac{z^3}{(z-1)^4(z^2-5z+6)}$$

(25 markah/marks)

- (c) Kamirkan fungsi $(\bar{z})^2$ sepanjang lengkung C yang diberi

Integrate the function $(\bar{z})^2$ along the given curve C

- (i) C : sepanjang garis $2y = x$

C : along the line $2y = x$

- (ii) C : dari (0,0) ke (2,0) sepanjang paksi nyata dan kemudian dari (2,0) to (2,1) sepanjang paksi khayalan

C : from (0,0) to (2,0) along the real axis and then from (2,0) to (2,1) along the imaginary axis

(30 markah/marks)

- (d) Nilaiikan
Evaluate

$$I = \int_C \frac{3z^2 + 2}{(z - 1)(z^2 + 9)} dz$$

dengan C adalah bulatan $|z - 2| = 2$

where C is the circle $|z - 2| = 2$

(20 markah/marks)

3. (a) Kirakan terbitan berarah bagi *fungsi* $\varphi = x^3 + yz^2$ pada titik $(1,1,1)$ dalam arah bagi vektor $(4,4,-2)$. Seterusnya, kirakan kadar perubahan yang maksimum bagi fungsi pada $(1,1,1)$ dan arahnya.

Find the directional derivative of function $\varphi = x^3 + yz^2$ at the point $(1,1,1)$ in the direction of the vector $(4,4,-2)$. Then, calculate the maximum rate of change of the function at $(1,1,1)$ and its direction.

(10 markah/marks)

- (b) Tentukan identiti $f(\nabla \times \mathbf{v}) + (\nabla f \times \mathbf{v})$ bagi $f = x^3 - y$ dan $\mathbf{v} = z\mathbf{i} - x\mathbf{k}$ adalah bersamaan dengan $\nabla \times (f\mathbf{v})$.

Verify the identity $f(\nabla \times \mathbf{v}) + (\nabla f \times \mathbf{v})$ and $f = x^3 - y$ and $\mathbf{v} = z\mathbf{i} - x\mathbf{k}$ is equal to $\nabla \times (f\mathbf{v})$.

(15 markah/marks)

...7/-

(c) Cari nilai pemalar a dan b supaya curl untuk

$(2xy + 3yz)\mathbf{i} + (x^2 + axz - 4z^2)\mathbf{j} + (3xy + 2byz)\mathbf{k}$ adalah tak berputaran.

Determine the constants a and b such that the curl of

$(2xy + 3yz)\mathbf{i} + (x^2 + axz - 4z^2)\mathbf{j} + (3xy + 2byz)\mathbf{k}$ *is irrotational.*

(25 markah/marks)

(d) Gunakan teorem Stokes untuk menilai $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ di mana

Use Stokes' Theorem to evaluate $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, where

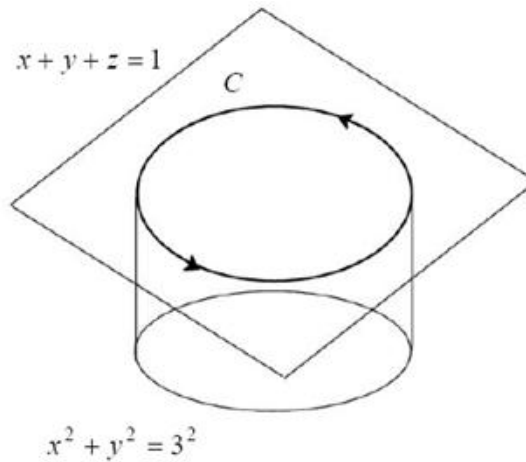
$$\mathbf{F}(x, y, z) = x^2z\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$$

C ialah persilangan lengkung antara satah $x + y + z = 1$ dan silinder

$x^2 + y^2 = 9$ berorientasi lawan jam dilihat dari atas seperti yang ditunjuk dalam Rajah 1.

C is the curve of intersection of the plane $x + y + z = 1$ and the cylinder $x^2 + y^2 = 9$ oriented counterclockwise as viewed from the top as shown in Figure 1.

(50 markah/marks)



Rajah 1
Figure 1

4. (a) Sebuah majalah dengan 300 mukasurat mengandungi 600 kesalahan menaip yang tertabur secara rawak. Dengan menggunakan taburan Poisson,

A magazine of 300 pages consists of 600 typing errors randomly distributed. Using Poisson distribution,

- (i) jika satu muka surat dipilih secara rawak, apakah kebarangkalian, tidak terdapat sebarang kesalahan menaip?

if a page is selected at random, what is the probability that there is no typing error?

- (ii) Jika satu muka surat dipilih secara rawak, apakah kebarangkalian terdapat sekurang-kurangnya 2 kesalahan menaip?

If a page is selected at random, what is the probability that there are at least 2 typing errors?

- (iii) jika 10 muka surat dipilih secara rawak, apakah kebarangkalian tiada sebarang kesalahan menaip?

if 10 pages are selected at random, what is the probability that there is no typing error?

(15 markah/marks)

- (b) Satu penyelidikan bagi mengkaji prestasi sistem pengecaman suara dijalankan. Sampel-sampel disediakan untuk ujikaji awal. Keputusan menunjukkan bahawa, 95% daripada isyarat suara yang berkualiti tinggi memberikan prestasi memuaskan, 60% daripada isyarat suara yang berkualiti sederhana memberikan prestasi yang memuaskan dan 10% daripada signal suara yang berkualiti rendah memberikan prestasi memuaskan. Diketahui, 40% daripada isyarat suara adalah berkualiti tinggi, 35% berkualiti sederhana dan 25% adalah berkualiti rendah.

A research is conducted to evaluate the performance of voice recognition system. Samples are prepared for the preliminary experiment. The results showed that 95% of high quality voice signals performed well, 60% of medium voice signals performed well and 10% of poor quality voice signals performed well. It is also known that, 40% of the voice signals were high quality, 35% were medium quality and 25% were poor quality.

- (i) Apakah kebarangkalian bahawa suatu isyarat suara berprestasi memuaskan?

What is the probability that a voice signal performs well?

- (ii) Jika suatu isyarat suara itu adalah berprestasi memuaskan, apakah kebarangkalian ia adalah isyarat suara yang berkualiti tinggi?

If a voice signal performs well, what is the probability that it is high quality signal?

- (iii) Jika suatu syarat suara adalah berprestasi tidak memuaskan, apakah kebarangkalian ia adalah signal suara yang berkualiti tinggi?

If a voice signal does not perform well, what is the probability that it is a high quality signal?

(25 markah/marks)

- (c) Berat bagi suatu nanozarah yang dihasilkan semasa penyelidikan dadah adalah tertabur secara normal dengan min $12\mu\text{g}$ dan sisihan piawai adalah $0.5\mu\text{g}$.

The weight of nanoparticles produced during drug preparation is normally distributed with a mean of $12\mu\text{g}$ and a standard deviation of $0.5\mu\text{g}$.

- (i) Apakah kebarangkalian bahawa berat nanozarah adalah lebih daripada $13\mu\text{g}$?

What is the probability that the nanoparticles weigh more than $13\mu\text{g}$?

- (ii) Apakah nilai bagi sisihan piawai bagi berat supaya 99.9% nanozarah adalah kurang daripada $13\mu\text{g}$?

What is the standard deviation of weight in order for 99.9% of nanoparticles to be less than $13\mu\text{g}$?

- (iii) Jika nilai sisihan piawai adalah kekal $0.5\mu\text{g}$, apakah nilai min bagi berat supaya 99.9% nanozarah adalah kurang daripada $13\mu\text{g}$?

If the standard deviation remains at $0.5\mu\text{g}$, what is the mean weight for 99.9% of nanoparticles to be less than $13\mu\text{g}$?

(25 markah/marks)

- (d) Berat baja yang digunakan oleh suatu tumbuhan organik bagi setiap bulan (dalam *kg*) didapati adalah berkadaran dengan purata suhu persekitaran ($^{\circ}\text{F}$) bagi bulan tersebut. Penggunaan baja dan suhu diberikan seperti dalam jadual berikut:

The weight of fertilizer used per month (in kg) by an organic plant is observed to be related to the average ambient temperature ($^{\circ}\text{F}$) for that month. The usage and temperature are shown in the following table:

Bulan <i>Month</i>	Suhu ($^{\circ}\text{F}$) <i>Temperature ($^{\circ}\text{F}$)</i>	Penggunaan (<i>kg</i>) <i>Usage (kg)</i>
January	21	185.79
February	24	214.47
March	32	288.03
April	47	424.84
May	50	454.58
June	59	539.03
July	68	621.55
August	74	675.06
September	62	562.03
October	50	452.93
November	41	369.95
December	30	273.98

- (i) Katakan suatu model regresi linear mudah adalah mencukupi, suaikan model regresi yang mengaitkan penggunaan baja (y) kepada purata suhu (t). Apakah anggaran bagi σ^2 ?

Assuming that a simple linear regression model is appropriate, fit the regression model relating fertilizer usage (y) to the average temperature (t). What is the estimate of σ^2 ?

- (ii) Apakah jangkaan bagi penggunaan baja bila suhu purata adalah 55°F?

What is the estimate of expected fertilizer usage when the average temperature is 55°F?

- (iii) Katakan purata suhu bulanan adalah 47°F kirakan nilai tersuai bagi y dan baki yang sepadan.

Suppose that the monthly average temperature is 47°F calculate the fitted value of y and the corresponding residual.

(35 markah/marks)

5. (a) Dari jadual berikut, dengan menggunakan interpolasi Newton ke hadapan, anggarkan bilangan pelajar yang mendapat markah antara 40-45.

From the following table, using Newton's forward interpolation formula, estimate the number of students who obtained marks between 40-45.

Markah Marks	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Bilangan Pelajar No. of Students	31	42	51	35	31

- (b) Halaju pelancaran bagi sebuah roket dianggarkan sebagai

$$v(t) = a_1t^2 + a_2t + a_3.$$

Jadual di bawah menunjukkan rekod data yang diambil.

The upward velocity of a rocket is approximated as $v(t) = a_1t^2 + a_2t + a_3$.

Table below shows recorded values.

Masa, $t(s)$ Time, $t(s)$	Halaju, $v(ms^{-1})$ Velocity, $v(ms^{-1})$
5	106.8
8	177.2
12	279.2

(25 markah/marks)

- (i) Berdasarkan maklumat yang diberi, bentukkan suatu sistem persamaan linear.

Based on the information given, form a system of linear equations.

- (ii) Anggap bahawa tekaan awal bagi penyelesaian ialah $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$.

Dengan menggunakan kaedah Gauss-Seidel sebanyak 3 lelaran, anggarkan nilai-nilai bagi a_1, a_2, a_3 .

Assume an initial guess of the solution as $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$. Conduct 3

iterations to approximate the values of a_1, a_2, a_3 using the Gauss-Seidel method.

- (iii) Diberi bahawa penyelesaian sebenar ialah $a_1 = 0.29048, a_2 = 19.690$ dan $a_3 = 1.0857$ Berdasarkan anggaran yang diperoleh daripada bahagian (ii), bolehkah anda menyimpulkan bahawa kaedah Gauss-Seidel akan menumpu kepada nilai-nilai sebenar ini sekiranya lebih banyak lelaran dijalankan?

Given that the true solution is $a_1 = 0.29048, a_2 = 19.690$ and

$a_3 = 1.0857$. Based on the approximated values obtained from (ii), can you say that the Gauss-Seidel method will converge to these actual values if more iteration is conducted?

(40 markah/marks)

...15/-

- (c) Dengan menggunakan kamiran rangkap tiga, cari isipadu jasad yang dibatasi oleh paraboloids $z = 3x^2 + 3y^2$ dan $z = 100 - x^2 - y^2$.

Using a triple integral, find the volume of the solid bounded by the paraboloids $z = 3x^2 + 3y^2$ and $z = 100 - x^2 - y^2$.

(35 markah/marks)

6. (a) Dalam kajian sistem pengecaman muka, kecerahan yang dikenakan pada rakaman muka boleh dikira dengan mengkaji nilai penurunan kualiti terhadap imej tersebut. Satu sampel sebanyak 10 imej memberikan $\bar{x} = 317.2unit$ dan $s = 15.7unit$

In the face recognition system study, the illumination imposed to the captured facial images can be measured by evaluating the amount of quality degradation to that image. A sample of 10 images results in $\bar{x} = 317.2unit$ and $s = 15.7unit$.

- (i) Cari 99% selang keyakinan min penurunan kualiti.
Find a 99% confidence interval on mean quality degradation.

- (ii) Seorang jurutera pemprosesan imej mendakwa bahawa satu imej akan dikenakan sekurang-kurangnya $\mu = 300unit$ penurunan kualiti untuk mencapai tahap pencerahan yang diperlukan. Uji hipotesis yang sesuai bagi mengesahkan dakwaan ini dengan menggunakan $\alpha = 0.05$.

An image processing engineer claims that the image will impose at least $\mu = 300$ unit of quality degradation to obtain desired illumination level. Test an appropriate hypothesis to confirm this claim using $\alpha = 0.05$.

(35 markah/marks)

- (b) Suatu zarah bergerak dalam ruang di mana pada masa t , kedudukannya diberikan sebagai $x = 3t, y = t^2 - 3t, z = 6t - 4$. Cari komponen halaju dan pecutan bagi zarah apabila $t = 1$ dalam arah $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.

A particle moves in space which at time t , its position is given as $x = 3t, y = t^2 - 3t, z = 6t - 4$. Find the component of its velocity and acceleration when $t = 1$ in the direction $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.

(20 markah/marks)

- (c) Tentukan ungkapan bagi grad $(P \cdot Q)$ jika,

Determine an expression for grad $(P \cdot Q)$ if,

$$P = xy^2\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + yz^2\mathbf{k}$$

$$Q = xz^2\mathbf{i} + y^2z\mathbf{j} + x^2z\mathbf{k}$$

(10 markah/marks)

(d) Nilaikan kamiran berikut:

Evaluate the following integral:

$$I = \int_C \operatorname{Re}(z) dz$$

Dengan C suatu suku bulatan (dalam arah jam) dari $z = 3i$ ke $z = 3$ dengan berpusat pada asalan.

With C is quarter of circle (in the clockwise direction) from $z = 3i$ to $z = 3$ with center at the origin.

(35 markah/marks)

7. (a) Halaju v seorang penerjun yang sedang terjun diberi oleh:

The velocity v of a falling parachutist is given by:

$$v = \frac{gm}{c} (1 - e^{-(c/m)t})$$

Dengan $g = 9.8m/s^2$. Jika pemalar seretan penerjun adalah $c = 15kg/s$, nilaikan m jisim supaya halaju adalah $v = 35m/s$ pada $t = 9s$. Dengan menggunakan kaedah kedudukan palsu dengan nilai permulaan $50kg$ dan $70kg$ dapatkan m sehingga tahap ralat, $\epsilon_a = 0.1\%$

With $g = 9.8m/s^2$. If the parachutist has a drag coefficient $c = 15kg/s$, compute the mass m so that the velocity is $v = 35m/s$ at $t = 9s$. Use false position method with initial guesses of $50kg$ and $70kg$ to determine m to a level of error, $\epsilon_a = 0.1\%$.

(20 markah/marks)

- (b) Suatu pulpa sintetik yang digunakan dalam pembuatan beg cenderamata mempunyai kekuatan ketegangan yang tertabur secara normal dengan min 75.5psi dan sisihan piawai 3.5psi . Cari kebarangkalian bahawa sampel rawak pulpa bersaiz $n = 6$ akan mempunyai min sampel kekuatan ketegangan yang melebihi 75.75psi .

A synthetic pulp used in manufacturing souvenir bag has tensile strength that is normally distributed with mean 75.5psi and standard deviation 3.5psi. Find the probability that a random sample of $n = 6$ pulp specimens will have sample mean tensile strength that exceeds 75.75psi.

(15 markah/marks)

- (c) Tentukan fungsi $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y$ adalah harmonik . Dengan kaedah Milne Thompson, dapatkan fungsi analitik $f(z)$.

Verify that the function $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y$ is harmonic. Using Milne Thompson method, determine the analytic function $f(z)$.

(30 markah/marks)

- (d) Biar lengkung C dalam satah (x, y) menjadi sempadan untuk segiempat unit: C terdiri daripada empat segmen garis dari $(0,0)$ ke $(1,0)$; dari $(1,0)$ ke $(1,1)$; dari $(1,1)$ ke $(0,1)$; dan dari $(0,1)$ ke $(0,0)$. Dengan menggunakan teorem Green, nilaikan kamiran garis berikut:

Let the curve C in the (x, y) plane be the boundary of the unit square: C consists of four line segments, from $(0,0)$ to $(1,0)$; from $(1,0)$ to $(1,1)$; from $(1,1)$ to $(0,1)$; and from $(0,1)$ to $(0,0)$. By using Green's Theorem, evaluate the following line integral:

$$\int_c xy \left(-1 + \sqrt{x^2 + 9} \right) dx + \frac{1}{3} (x^2 + 9)^{3/2} dy$$

(35 markah/marks)

oooOooo