

---

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

Second Semester Examination  
2010/2011 Academic Session

April/May 2011

**EUM213/3 – Operational Research**  
[*Penyelidikan Operasi*]

Duration : 3 hours  
[*Masa : 3 jam*]

---

Please check that this examination paper consists of **TWELVE (12)** pages of printed material before you begin the examination.

[*Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS (12)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.*]

**Instructions** : This paper contains **SIX (6)** questions. Answer **FOUR (4)** questions.

[**Arahan** : Kertas ini mengandungi **ENAM (6)** soalan. Jawab **EMPAT (4)** soalan.

You may answer the question either in Bahasa Malaysia or English.

[*Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris*].

All questions **MUST BE** answered on a new page.

[*Semua soalan **MESTILAH** dijawab pada muka surat baru*].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[*Sekiranya terdapat percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai*].

1. (a) A market research company is undertaking a telephone survey. This survey requires at least 150 wives, 120 husbands, 100 unmarried male youth and 110 unmarried female youth as their respondents. The cost of telephone usage during the day is RM2 while the cost of telephone usage during the evening is RM5. The following table is given:

The respondents	Percentage of calls during the day	Percentage of calls during the evenings
Wives	30	30
Husband	10	30
Male youth	10	15
Female youth	10	20
Not at home	40	5

Because of shortage in staff, only a maximum of 50% of all calls must be done in the evenings. Obtain a linear programming model to minimize the cost of this survey. You DO NOT need to solve the problem.

[10 marks]

- (b) The following linear programming model is given:

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Z &= 2X_1 - X_2 + X_3 \\ \text{Subject to } 3X_1 + X_2 + X_3 &\leq 60 \\ X_1 - X_2 + 2X_3 &\leq 10 \\ X_1 + X_2 - X_3 &\leq 20 \\ X_1, X_2, X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Solve the above problem using a suitable simplex method.

[15 marks]

2. (a) Consider the problem of assigning workers to machines. The following table provides the assignment cost (in RM).

Machine	Workers		
	1	2	3
1	17	18	16
2	14	19	17
3	15	19	18

- (i) Obtain the linear programming model for the above problem. [5 marks]
- (ii) Find the assignment that minimizes costs. [7 marks]

- (b) ABC, a petroleum company has three depots which stocks various goods required by various petrol stations. The demands for oil product XYZ (produced in tins) are as follows: 100 tins are required by petrol station 1, 250 tins are required by petrol station 2 and 150 tins are required by petrol station 3. Depot 1 can store 50 tins of XYZ, depot 2 can store 275 tins of XYZ and depot 3 can store 175 tins of XYZ. The unit cost of transporting XYZ from the depot to the petrol station is given in the following table.

Depot	Petrol station		
	1	2	3
1	5	7	6
2	8	9	10
3	4	3	11

Solve this problem using the North-West corner rule so that cost is minimized.

[13 marks]

3. (a) State clearly the optimization and feasible conditions for the simplex method. [6 marks]

(b) Solve the following linear programming problem using the two phase technique:

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = 8x_1 + 10x_2 \\ \text{subject to} \quad & X_1 - X_2 = 1 \\ & X_1 + X_2 \leq 9 \\ & X_1 + 0.5X_2 \geq 4 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

[19 marks]

4. (a) A statue is to be erected in a village square on a stone base which is to be built on a cement concrete foundation. The statue is to be made at another place, moved to the base and erected. The various operations of the entire project and the three time estimates for each operation are given in the following table.

Operation Time	Time taken for Completion in days		
	$t_0$	$t_m$	$t_p$
A: Make statue	30	44	54
B: Lift statue into place	1	2	3
C: Construct concrete foundation	8	10	12
D: Compact and level the site	2	3	5
E: Move statue to village square	8	12	16
F: Construct stone base	14	22	25

Draw a PERT network diagram.

[10 marks]

- (b) A company uses annually 24000 units of a raw material which costs RM1.25/unit. Placing each order costs RM22.5 and the carrying cost is 5.4 % per year of the average inventory. Find the economic lot size and the total inventory cost (including the cost of material)

[15 marks]

5. (a) A bakery sells cake by the kilogram, it makes a profit of RM1.00 on every kilogram sold on the day it is baked. It disposes of all cakes not sold on the day it is baked, at a loss of 25 sen per kilogram. If demand is known to be rectangular between 2000 and 3000 kilogram, determine the optimum daily amount baked.

[13 marks]

- (b) A company plans to increase production to meet market demand. A survey shows that there are 4 potential states, from marginal decrease to significant increase in demand. Further, the company has 5 options or alternatives to choose from. The table below gives the payoff in RM for each state and each alternative.

State	Alternative				
	A1	A2	A3	A4	A5
Marginal Decrease	-2500	-500	-800	-200	-100
No Change	0	200	100	300	-300
Marginal Increase	1500	600	500	400	-600
Significant Increase	3500	800	1000	500	-900

- (c) Find the optimal decision if the maximin criterion is used.

[4 marks]

- (d) Find the optimal decision if the maximax criterion is used.

[4 marks]

- (e) Find the optimal decision if the Laplace Principle is used. Assume that the probability of occurrence of any one state is 0.25.

[4 marks]

6. (a) Describe briefly what you know about a queuing system. Pay attention to what information you need to have and what output you want to obtain. Draw a simple diagram to illustrate.

[5 marks]

- (b) State the probability distribution used to describe each of the following:

- (i) Inter-arrival time;
- (ii) Number of arrivals per unit time.

[5 marks]

- (c) A fast-food restaurant has only one service counter. The customer inter-arrival time is given by the Exponential distribution. The customer inter-departure time is also given by the Exponential distribution. The mean arrival rate  $\lambda$  is 4 arrivals per minute. The mean departure rate  $\mu$  is 6 departures per minute.

- (i) Find the probability that exactly 4 customers will arrive in the next one minute;
- (ii) Find the probability that exactly 6 customers will depart in the next one minute;
- (iii) Find the probability that no customer will arrive in the next two minutes;
- (iv) Find the probability that there are exactly 2 customers in the queue system;
- (v) Find the average number of customers in the queue system;
- (vi) Find the average time a customer spends in the queue system;
- (vii) Find the average time a customer queues for service;
- (viii) Find the average number of customers queuing for service.

You may use the following formula:

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}; \quad W_s = \frac{L_s}{\lambda}; \quad W_q = W_s - \frac{1}{\mu}; \quad L_q = \lambda W_q$$

[15 marks]

1. (a) Sebuah syarikat penyelidikan pemasaran sedang membuat kajian menerusi telefon. Kajian ini memerlukan sekurang-kurangnya 150 isteri, 120 suami, 100 lelaki remaja dan 110 wanita remaja yang belum berkahwin sebagai responden. Kos menelefon pada waktu siang ialah RM2 manakala kos menelefon pada waktu malam ialah RM5. Jadual berikut diberikan:

Responden	Peratus panggilan waktu siang	Peratus panggilan waktu malam
Isteri	30	30
Suami	10	30
Lelaki remaja	10	15
Wanita remaja	10	20
Tiada di rumah	40	5

Oleh sebab staf yang terhad, hanya semaksimum 50% daripada semua panggilan mesti dibuat pada waktu malam. Dapatkan model pengaturcaraan linear bagi meminimumkan kos kajian ini. Anda TIDAK perlu menyelesaikan masalah ini.

[10 markah]

- (b) Model pengaturcaraan linear yang berikut diberikan:

Maksimumkan  $Z = 2X_1 - X_2 + X_3$

Tertakluk kepada  $3X_1 + X_2 + X_3 \leq 60$

$$X_1 - X_2 + 2X_3 \leq 10$$

$$X_1 + X_2 - X_3 \leq 20$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Selesaikan masalah ini menggunakan kaedah simpleks yang sesuai

[15markah]

2. (a) Pertimbangkan masalah mengumpukkan pekerja kepada mesin. Jadual yang di bawah memberikan kos umpukkan tersebut (dalam RM).

Mesin	Workers Pekerja		
	1	2	3
1	17	18	16
2	14	19	17
3	15	19	18

(i) Dapatkan model pengaturcaraan linear bagi masalah ini.

[5 markah]

(ii) Cari umpukkan yang meminimumkan kos.

[7 markah]

(b) Syarikat minyak ABC mempunyai tiga gudang yang boleh menyimpan beberapa jenis barang yang diperlukan oleh beberapa stesen minyak. Permintaan bagi produk minyak XYZ (yang dihasilkan dalam tin) ialah sebanyak 100 tin untuk stesen minyak 1, 250 tin untuk stesen minyak 2 dan 150 tin untuk stesen minyak 3. Gudang 1 boleh menyimpan sebanyak 50 tin minyak XYZ, gudang 2 boleh menyimpan sebanyak 275 tin minyak XYZ dan gudang 3 boleh menyimpan sebanyak 175 tin minyak XYZ. Kos menghantar satu tin minyak XYZ dari gudang ke setiap stesen minyak diberikan di bawah.

Depot Gudang	Petrol station Stesen minyak		
	1	2	3
1	5	7	6
2	8	9	10
3	4	3	11

Selesaikan masalah ini menggunakan kaedah pengangkutan Sudut Barat Daya bertujuan untuk meminimumkan kos.

[13 markah]



3. (a) Sebutkan dengan jelas syarat pengoptimuman dan syarat kesauran bagi kaedah simpleks.

[6 markah]

- (b) Selesaikan masalah pengaturcaraan linear yang berikut menggunakan teknik dua fasa:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad & z = 8x_1 + 10x_2 \\ \text{Tertakluk kepada} \quad & X_1 - X_2 = 1 \\ & X_1 + X_2 \leq 9 \\ & X_1 + 0.5X_2 \geq 4 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

[19 markah]

4. (a) Satu patung akan didirikan di pusat kampung pada tapak batu yang akan dibina atas dasar konkrit simen. Patung tersebut akan dihasilkan di tempat lain, dipindahkan ke tapak tersebut dan didirikan. Pelbagai operasi seluruh projek dan tiga anggaran masa untuk setiap operasi diberikan dalam jadual yang berikut.

Masa Operasi	Masa yang diambil untuk Pembinaan dalam hari		
	$t_o$	$t_m$	$t_p$
A: Hasilkan patung	30	44	54
B: Angkat patung ke tempat	1	2	3
C: Bina dasar konkrit	8	10	12
D: Padatkan dan seimbangkan tempat	2	3	5
E: Pindahkan patung ke pusat kampung	8	12	16
F: Dirikan tapak batu	14	22	25

Lukis satu diagram rangkaian PERT.

[10 markah]

- (b) Satu syarikat secara tahunan menggunakan 24000 unit bahan mentah yang berharga RM 1.25 setiap unit. Kos setiap tempahan ialah RM22.5 dan kos pengangkutan ialah 5.4 % setahun untuk inventori biasa. Cari kehilangan saiz ekonomi dan kos inventori keseluruhan (termasuk kos bahan).

[15 markah]

5. (a) Satu kedai roti menjual kek dalam kilogram dan mendapat keuntungan RM1.00 untuk setiap kilogram yang dijual pada hari kek tersebut dihasilkan. Kedai tersebut membuang semua kek yang tidak dijual pada hari kek tersebut dihasilkan dengan kerugian 25 sen setiap kilogram. Jika permintaan diketahui sebagai segiempat di antara 2000 dan 3000 kilogram, tentukan bilangan optimal kek yang patut dihasilkan dalam sehari.

[13 markah]

- (b) Sebuah syarikat merancang untuk meningkatkan produksi untuk memenuhi permintaan pasaran. Suatu tinjauan menunjukkan bahawa terdapat 4 keadaan berpotensi, dari pengurangan marginal ke peningkatan signifikan dalam permintaan. Tambahan pula, syarikat tersebut mempunyai 5 pilihan ataupun alternatif untuk dipilih. Jadual di bawah memberikan bayaran dalam RM untuk setiap keadaan dan setiap alternatif.

Keadaan	Alternatif				
	A1	A2	A3	A4	A5
Pengurangan Marginal	-2500	-500	-800	-200	-100
Tiada Perubahan	0	200	100	300	-300
Peningkatan Marginal	1500	600	500	400	-600
Peningkatan Signifikan	3500	800	1000	500	-900

- (i) Dapatkan keputusan optimal jika kriteria maksimin digunakan.

[4 markah]

- (ii) Dapatkan keputusan optimal jika kriteria maksimaks digunakan.

[4 markah]

- (iii) Dapatkan keputusan optimal jika Prinsip Laplace digunakan. Andaikan bahawa kebarangkalian kejadian mana-mana satu keadaan ialah 0.25.

[4 markah]

6. (a) Huraikan secara ringkas apa yang anda tahu mengenai sistem antrian. Apakah informasi yang anda perlu dan apakah output yang anda inginkan. Lakarkan satu rajah untuk menggambarkan sistem antrian tersebut.

[5 markah]

- (b) Nyatakan taburan kebarangkalian yang digunakan untuk menggambarkan setiap satu perkara berikut:

- (i) Masa antara ketibaan;  
(ii) Bilangan ketibaan per unit masa.

[5 markah]

- (c) Sebuah restoran cepat saji hanya mempunyai satu kaunter servis. Masa antara ketibaan pelanggan diberikan sebagai taburan Eksponen. Masa antara keberangkatan pelanggan juga diberikan sebagai taburan Eksponen. Purata kadar ketibaan  $\lambda$  ialah 4 ketibaan per minit. Purata kadar keberangkatan  $\mu$  ialah 6 keberangkatan per minit.

- (i) Dapatkan kebarangkalian bahawa tepat 4 pelanggan akan tiba pada satu minit yang seterusnya;  
(ii) Dapatkan kebarangkalian bahawa tepat 6 pelanggan akan berangkat pada satu minit yang seterusnya;  
(iii) Dapatkan kebarangkalian bahawa tiada pelanggan akan tiba pada dua minit yang seterusnya;  
(iv) Dapatkan kebarangkalian bahawa terdapat tepat 2 pelanggan dalam sistem antrian tersebut;  
(v) Dapatkan purata bilangan pelanggan yang tinggal dalam sistem antrian tersebut;  
(vi) Dapatkan purata masa yang dihabiskan oleh seseorang pelanggan dalam sistem antrian tersebut;

- (vii) *Dapatkan purata masa seseorang pelanggan menunggu untuk mendapat servis dalam sistem antrian tersebut;*
- (viii) *Dapatkan purata bilangan pelanggan yang menunggu untuk mendapat servis dalam sistem antrian tersebut.*

*Anda boleh gunakan rumus yang berikut:*

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}; \quad W_s = \frac{L_s}{\lambda}; \quad W_q = W_s - \frac{1}{\mu}; \quad L_q = \lambda W_q$$

*[15 markah]*

**oooOOOooo**