

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

ZSC 408/3 Ilmu Mekanik Kuantum

Masa : [3 jam]

Jawab EMPAT soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Buktikan teorem bahawa fungsieigen bagi nilai eigen yang berlainan bagi suatu operator Hermitian adalah berotogon. (20/100)
- (b) Buktikan teorem bahawa jika dua kuantiti terukurkan adalah serasi (compatible), maka operator-operator yang mewakili kuantiti terukurkan tersebut adalah berkomut. (20/100)
- (c) Terangkan makna (i) keadaan tulen (ii) keadaan bercampur. (20/100)

Suatu sistem mekanik kuantum mempunyai suatu fungsigelombang $\psi(x,t)$ yang diberi oleh

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_0(x,t) + \psi_1(x,t)]$$

di mana $\psi_0(x,t)$ adalah fungsigelombang ternormal bagi paras tenaga $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$ dan $\psi_1(x,t)$ adalah fungsigelombang ternormal bagi paras tenaga $E_1 = \frac{3}{2} \hbar\omega$. Hitungkan nilai jangkaan bagi tenaga. (40/100)

2. (a) Bincangkan penggunaan model osilator harmonik mudah mekanik kuantum di dalam sistem fizik. (25/100)

...2/-

- (b) Hamiltonian H bagi suatu osilator harmonik mudah di dalam 3D adalah

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2 + y^2 + z^2)$$

di mana m adalah jisim osilator itu dan ω frekuensi sudut-nya.

- (i) Tentukan fungsi eigennya. (Anggapkan bahawa penyelesaian bagi osilator harmonik mudah 1-D diketahui). (15/100)
- (ii) Hitungkan nilai eigen tenaga E_n . (20/100)
- (iii) Hitungkan peringkat kedegeneratan bagi paras tenaga E_n . (25/100)
- (iv) Bolehkah sistem ini diselesaikan dengan fungsi eigen momentum sudut orbital? Jelaskan. (15/100)

3. Timbangkan suatu atom hidrogenik sebagai suatu elektron berjisim m_1 dan berposisi \underline{r}_1 dan suatu nukleus bercas $+Ze$, berjisim m_2 dan berposisi \underline{r}_2 . Kedua-dua zarah itu bersaling tindak melalui keupayaan Coulomb.

- (a) Tuliskan Hamiltonian H atom hidrogenik. (10/100)

- (b) Dengan transformasi $(\underline{r}_1, \underline{r}_2) \rightarrow (\underline{r}, \underline{R})$ di mana

$$\underline{r} = \underline{r}_1 - \underline{r}_2 = \text{vektor posisi relatif}$$

$$\underline{R} = \frac{m_1 \underline{r}_1 + m_2 \underline{r}_2}{m_1 + m_2} = \text{vektor posisi pusat jisim,}$$

tunjukkan bahawa

$$H = -\frac{\hbar^2}{2(m_1+m_2)} \nabla_R^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - \frac{Ze^2}{r}$$

di mana

$$\nabla_r = \underline{i} \frac{\partial}{\partial x} + \underline{j} \frac{\partial}{\partial y} + \underline{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

...3/-

$$\nabla_R = \hat{i} \frac{\partial}{\partial X} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial Y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial Z}$$

dan $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} =$ jisim terkurang. (40/100)

(c) Tunjukkan bagaimana sistem atom hidrogenik boleh dirumuskan sebagai suatu Persamaan Schrodinger bagi suatu zarah yang bergerak di dalam satu dimensi. Huraikan secara ringkas bagaimana nilai eigen tenaga atom hidrogenik boleh dihitung. (50/100)

4. (a) Huraikan secara ringkas penggunaan kaedah variasi di dalam ilmu mekanik kuantum. (30/100)

(b) Suatu pengayun 1-D tak harmonik mempunyai Hamiltonian H yang diberi dengan

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} kx^4$$

Gunakan kaedah variasi untuk menghitung suatu anggaran tenaga keadaan dasar bagi pengayun itu. Anggapkan bahawa suatu fungsi percubaan bagi fungsi-gelombang keadaan dasar adalah

$$\psi(x) = Ce^{-\alpha x^2}$$

di mana C adalah pemalar-normalisasi dan α adalah suatu parameter variasi. Tunjukkan bahawa nilai optimum α adalah

$$\alpha = \left(\frac{3mk}{8\hbar^2} \right)^{1/3}$$

Apakah anggaran tenaga bagi keadaan dasar? (70/100)

Diberi:- $\int_0^\infty x^m e^{-ax^2} dx = \frac{\Gamma(\frac{m}{2} + \frac{1}{2})}{2 a^{\frac{(m+1)}{2}}}$

dan $\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{1, 3, 5, \dots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n}$

...4/-

5. Tulis nota pendek bagi setiap topik berikut:-

- (a) Operator L_+ dan L_- dalam teori momentum sudut orbital. (25/100)
- (b) Kedegeneratan bagi atom hidrogen. (25/100)
- (c) Operator ciptaan dan operator musnah habisan dalam teori osilator harmonik mudah. (25/100)
- (d) Penggunaan teori usikan pegun. (25/100)

- oooOooo -