UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

ZCC 301/2 Ilmu Mekanik Klasik II

Masa : (2 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum and memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Pertimbangkan suatu titik P yang koordinatnya merujuk kepada sistem tak tanda ialah x_1, x_2, x_3. Jika titik P mengalami suatu putaran terhadap asal O.

   (a) Tunjukkan bahawa koordinat baru titik P di dalam sistem berputar (tanda) di beri oleh

   $$x_i' = \sum_{j=1}^{3} \lambda_{ij} x_j$$

   iaitu $\underset{\sim}{X}' = \lambda \underset{\sim}{X}$ (30/100)

   di sini λ_{ij} ialah kosinus sudut di antara paksi x_i' dan paksi x_j dan λ ialah matriks transformasi atau putaran.

   (b) Dengan demikian tunjukkan bahawa matriks transformasi untuk suatu putaran melalui sudut θ masing-masing terhadap paksi x_1, x_2, dan x_3 di beri oleh

   $$\lambda_{x_1}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$ (10/100)

$$\lambda_{x_2}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$ (10/100)

$$\lambda_{x_3}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ (10/100)

(c) Tunjukkan bahawa matriks gabungan

$$\lambda = \lambda_{x_1}(\theta)\,\lambda_{x_3}(\phi)$$

mewakili matriks transformasi untuk putaran berturutan terhadap paksi x_3 dan x_1 masing-masing melalui sudut ϕ dan θ. (20/100)

(d) Tunjukkan bahawa untuk λ ini (di dalam bahagian c)

$$\lambda^{-1} = \lambda^{-1}_{x_3}(\phi)\,\lambda^{-1}_{x_1}(\theta) = \lambda_{x_3}(-\phi)\,\lambda_{x_1}(-\theta)$$ (20/100)

2. Suatu lontaran dilepaskan pada garis lintang λ dengan halaju v_o menuju ke barat pada sudut α dengan ufuk. Buktikan bahawa jika sebutan-sebutan yang melibatkan ω^2 dan lebih daripadanya diabaikan, masa yang diambil untuk mencapai ketinggian maksimum ialah ($\dot{\omega}$ dianggap sifar)

$$t = \frac{v_o \sin\alpha}{g} - \frac{2\omega v_o^2 \cos\lambda \sin\alpha \cos\alpha}{g^2}$$ (100/100

3. (a) Nyatakan prinsip Hamilton bagi suatu sistem abadi dan beri ertinya. (11/100)

Tuliskan prinsip Hamilton di dalam sebutan variasi kalkulus. (4/100)

(b) Lagrangean untuk suatu sistem abadi di dalam koordinat teritlak ialah

$$L \equiv L(q_k, \dot{q}_k)$$

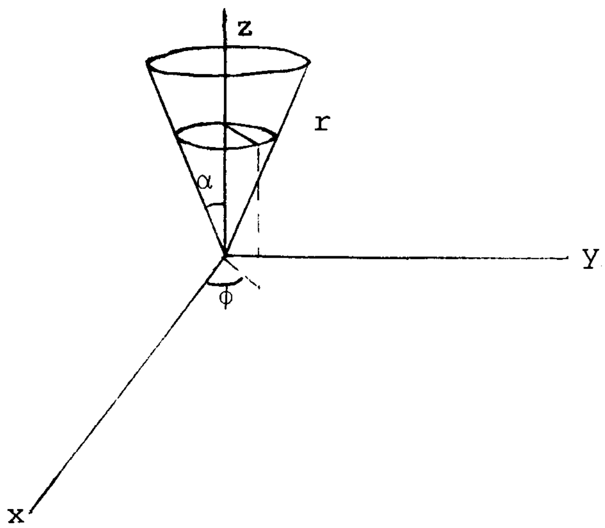
Dengan menggunakan Lagrangean ini dan prinsip Hamilton di dalam sebutan variasi kalkulus terbitkan persamaan gerakan Euler-Lagrange.

(35/100)

(c) Beri syarat-syarat di bawah persamaan Lagrange itu (bahagian b) adalah sah.

(10/100)

(d) Suatu zarah yang mempunyai jisim m bergerak di atas permukaan suatu kon bersudut 2α. Jisim itu ditindakkan oleh daya graviti. Paksi kon itu sama dengan paksi z dan kemuncak kon ditempatkan pada asal seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di bawah.



Dapatkan persamaan gerakan Lagrange untuk zarah tersebut dan beri keterangan atas langkah-langkah yang digunakan.

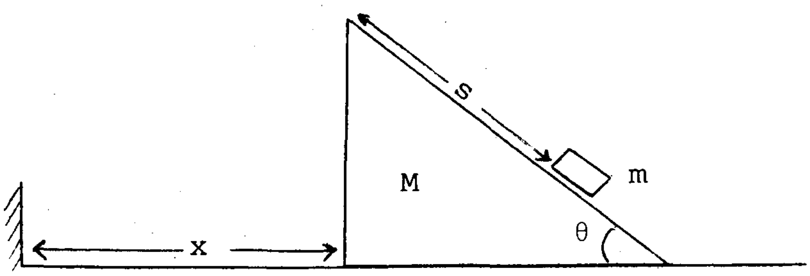
(40/100)

4. (a) Tunjukkan bahawa jika Lagragean suatu sistem kekal tak varian merujuk kepada suatu translasi, momentum linear sistem adalah suatu pemalar gerakan.

(40/100)

...4/-

(b)



Pertimbangkan kes zarah yang mempunyai jisim m yang mengelongsor di atas permukaan suatu blok yang mempunyai jisim M. Permukaan blok itu licin dan blok bebas bergerak di atas suatu permukaan ufuk yang licin. Lihat rajah di atas. Tentukan persamaan gerakan Lagrange untuk sistem ini.

(60/100)

- oooOOooo -