

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

ZMC 211/3 Kaedah Matematik II

Masa: [3 jam]

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Takrifkan suatu skalar dan vektor.
Beri contoh bagi setiap satunya. (10/100)
- (b) Juga takrifkan hasil darab noktah dan hasil darab pangkah untuk dua vektor \underline{A} dan \underline{B} . (10/100)
- (c) Cari hasil darab skalar dan pangkah untuk dua vektor \underline{A} dan \underline{B} , di sini $\underline{A} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ dan $\underline{B} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$. Juga dapatkan sudut di antara vektor \underline{A} dan \underline{B} itu. (20/100)
- (d) Dengan menggunakan perwakilan komponen bagi vektor, tunjukkan bahawa
- $$\underline{A} \times (\underline{B} \times \underline{C}) = (\underline{A} \cdot \underline{C})\underline{B} - (\underline{A} \cdot \underline{B})\underline{C} \quad (30/100)$$
- (e) Katakan $\underline{a}_1 = [-1, 1, 1]$, $\underline{a}_2 = [1, -1, 1]$
dan $\underline{a}_3 = [1, 1, -1]$
- (i) tunjukkan bahawa \underline{a}_1 , \underline{a}_2 dan \underline{a}_3 membentuk suatu asas. (5/100)

...2/-

(ii) Dapatkan suatu asas salingan kepada vektor $\underline{a}_1, \underline{a}_2$ dan \underline{a}_3 .

(25/100)

2. (a) Suatu zarah bergerak sepanjang suatu lengkung yang persamaan berparameternya ialah $x = e^{-t}, y = 2 \cos 3t, z = 2 \sin 3t$, di sini t ialah masa.

(i) Tentukan halaju dan pecutan zarah tersebut pada sebarang masa.

(10/100)

(ii) Cari magnitud halaju dan pecutan pada $t = 0$.

(10/100)

(b) Nilaikan $\nabla \cdot \underline{r}$ dan ∇r^n

(25/100)

(c) Tunjukkan bahawa $r^n \underline{r}$ adalah suatu vektor tak putaran bagi sebarang nilai n , tetapi ia merupakan solenoidal hanya jika $n = 3$.

(20/100)

(d) Jika $\nabla \cdot \underline{E} = 0, \nabla \cdot \underline{H} = 0, \nabla \times \underline{E} = - \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$

$$\nabla \times \underline{H} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

tunjukkan bahawa \underline{E} dan \underline{H} memenuhi

$$\nabla^2 \underline{u} = \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial t^2} \quad \text{di sini } \underline{u} \equiv (\underline{E} \text{ dan } \underline{H})$$

(35/100)

[perhatikan $\nabla \times (\nabla \times \underline{A}) = -\nabla^2 \underline{A} + \nabla(\nabla \cdot \underline{A})$ bagi sebarang vektor \underline{A}]

3. (a) Jika $\underline{F} = \nabla \phi$ diseluruh rantau R di dalam ruang, di sini $\phi(x, y, z)$ adalah suatu fungsi bernilai tunggal dan mempunyai terbitan selanjar di dalam R , tunjukkan bahawa

...3/-

(i) $\int_A^B \underline{F} \cdot d\underline{r}$ tidak bersandar pada lintasan C

di dalam R yang menyambung titik A dan B. (20/100)

(ii) Buktikan pernyataan akas(converse) pada (i) itu benar. (20/100)

(iii) $\int_A^B \underline{F} \cdot d\underline{r} = 0$ sepanjang sebarang lengkung tertutup C di dalam rantau R. (5/100)

(b) Jika C ialah suatu lengkung tertutup mudah di dalam satah xy yang tidak meliputi asal, tunjukkan bahawa

$$\oint_C \underline{F} \cdot d\underline{r} = 0$$

di sini $\underline{F} = \frac{-iy + jx}{x^2 + y^2}$ (35/100)

(c) Jika $\underline{F} = \cos y \underline{i} - x \sin y \underline{j} - \cos z \underline{k}$, tunjukkan bahawa medan itu abadi. (20/100)

4. (a) Tunjukkan bahawa bagi suatu permukaan tertutup S

$$\oint_S d\underline{s} = 0 \quad (10/100)$$

(b) Jika \underline{r} ialah suatu vektor kedudukan tunjukkan bagi suatu permukaan tertutup s

$$\oint_S \underline{r} \times d\underline{s} = 0 \quad (20/100)$$

...4/-

(c) Jika $\underline{f} = 4y \underline{i} + x\underline{j} + 2z \underline{k}$ nilaikan kamiran

$$I = \iiint_S \nabla \times \underline{f} \cdot d\underline{s} \text{ di atas hemisfera } x^2 + y^2 + z^2, \\ z \geq 0. \quad (40/100)$$

(d) Tentusahkan teorem Green pertama, iaitu

$$\iiint_R (\phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi) dv = \iint_S \phi \nabla \psi \cdot d\underline{s}$$

di sini ϕ dan ψ adalah fungsi skalar yang mempunyai terbitan selanjar tertib kedua di dalam suatu rantau R yang diliputi oleh permukaan tertutup s .

[perhatikan identiti $\nabla \cdot (\phi \underline{f}) = \phi \nabla \cdot \underline{f} + \underline{f} \cdot \nabla \phi$] (30/100)

- oooOooo -