
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2009/2010

November 2009

IUK 191 – Mathematic I
[Matematik I]

Duration: 3 hours
[Masa: 3 jam]

Please check that this examination paper consists of EIGHT pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **ALL (5)** questions. You may answer the question either in Bahasa Malaysia or in English.

*[**Arahan:** Jawab **SEMUA (5)** soalan. Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada [untuk KBI] dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.]*

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

...2/-

1. (a) Show the function $f(x) = |x - 3|$ is not differentiable at $x = 3$.
(6 marks)
- (b) Find the derivatives for:
- (i) $y = \sin^{-1}(\theta^2 + 2)$
- (ii) $x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4\theta}\right)$
- Hence, evaluate $\frac{dy}{dx}$. You do not need to simplify the answer.
(6 marks)
- (c) Let $f(x) = -2x^4 + 3x^2 + \frac{11}{8}$. Then,
- (i) Use $x_0 = 2$ in the Newton-Rhapson method to find a root to 3 decimal places of the equation $f(x) = 0$. Repeat the iteration until x_5 .
- (ii) Show that the Newton-Rhapson method fails if you choose $x_0 = \frac{1}{2}$ as the initial estimation. (Hint: You should obtain $x_1 = -x_0$, $x_2 = x_0, \dots$)
(8 marks)
2. (a) Estimate the value of $\tan\left(\frac{99\pi}{400}\right)$.
(5 marks)
- (b) The length of each side of a square box is 10cm. If this box has 2% errors in the length measurement. Hence, find the maximum error in the volume.
(5 marks)
- (c) A big balloon has been released from a flat field. There is a measurement tool 500 feet from the release point. A few seconds later, the balloon is at angle $\frac{\pi}{4}$ radian from the tool where the rate of the angle movement is 0.14 rad/min. What is the rate of the balloon moving up after it was released? Note that the balloon moves vertically (upwards) after released.
(5 marks)

- (d) Find the constants a , b and c so that,

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

has relative maximum at $(-2, 15)$ and relative minimum at $(1, -12)$. Then, find the inflection points if it exists and sketch the graph of $f(x)$.

(10 marks)

3. (a) Evaluate,

(i)
$$\int \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(ii)
$$\int \cos^2 x \sin^3 x dx$$

(5 marks)

- (b) Sketch the curves $y^2 = x$ and $y = 2 - x$ in one graph. Determine the intersection coordinates of the curves. Then,

- (i) Find the area, R bounded by the curves.
 (ii) The volume obtained by rotating R about the x -axis.
 (iii) The volume obtained by rotating R about the y -axis.

(15 marks)

4. (a) Solve the linear differential equation, $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x^2} = x \cos x$, $x > 0$

(4 marks)

- (b) Evaluate $\int_0^4 \frac{11x^2 + 4x + 12}{(2x + 1)(x^2 + 4)} dx$. Give your answer in logarithms.

(6 marks)

- (c) The rate of a person cooling off in air is proportional to the difference between the temperature of the body and the temperature of the air. If the air temperature is 20°C and the body cools for 20 minutes from 100°C to 60°C . How long will it take for its temperature to drop to 30°C ?

(Hint: $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$ where k is a constant and T_0 is the air temperature.)

(10 marks)

...4/-

5. (a) Solve the equation below using Inverse Method.

$$\begin{aligned} 2x - y &= -3 \\ 7x - 4y &= 4 \end{aligned}$$

(5 marks)

- (b) Cahaya Sdn. Bhd. has been operating for years producing babies' products. Baby's feeding bottle, pacifier and baby powder are the three main products produced. The company has three factories in Kedah, Perak and Johor. The production in units in the three factories for the month of September and October 2009 is given in matrix A and B respectively:

$$A = \begin{bmatrix} \text{Kedah} & \text{Perak} & \text{Johor} \\ 3500 & 2000 & 1700 \\ 1500 & 1300 & 1400 \\ 2700 & 1800 & 1500 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{feeding bottle} \\ \text{pacifier} \\ \text{baby powder} \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} \text{Kedah} & \text{Perak} & \text{Johor} \\ 3000 & 2300 & 1500 \\ 1000 & 1800 & 1350 \\ 2500 & 2000 & 1400 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{feeding bottle} \\ \text{pacifier} \\ \text{baby powder} \end{array}$$

- (i) Find the average production for the month of September and October 2009.
- (ii) Determine there is an increase or decrease in production from September to October for the three factories.

- (iii) Determine $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ and give an explanation for the matrix produced.

(10 marks)

1. (a) Tunjukkan bahawa $f(x) = |x-3|$ tidak boleh dibezakan di $x = 3$.
(6 markah)

(b) Cari pembezaan pertama bagi:

(i) $y = \sin^{-1}(\theta^2 + 2)$

(ii) $x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4\theta}\right)$

Kemudian, kirakan $\frac{dy}{dx}$. Anda tidak perlu permudahkan jawapan anda.

(6 markah)

(c) Biar $f(x) = -2x^4 + 3x^2 + \frac{11}{8}$. Kemudian,

(i) Guna $x_0 = 2$ dalam kaedah Newton-Rhapson untuk mencari punca penyelesaian hingga 3 titik perpuluhan bagi persamaan $f(x) = 0$. Ulang langkah tersebut hingga x_5 .

(ii) Tunjukkan bahawa kaedah Newton-Rhapson gagal jika anda memilih $x_0 = \frac{1}{2}$ sebagai penghampiran awal. (Nota: Anda patut memperoleh $x_1 = -x_0, x_2 = x_0, \dots$)

(8 markah)

2. (a) Nilaikan $\tan\left(\frac{99\pi}{400}\right)$.

(5 markah)

(b) Ukuran bagi setiap sisi bagi sebuah kubus adalah 10cm. Jika kubus ini mempunyai ralat 2% pada setiap sisi, cari ralat maksimum bagi isipadu kubus tersebut.

(5 markah)

- (c) Sebuah belon besar dilepaskan dari suatu bidang yang rata. Pergerakan belon itu diikuti dengan sebuah alat mengukur jarak yang berada 500 kaki dari tempat belon dilepaskan. Ketika sudut dongak alat pengukur itu ialah $\frac{\pi}{4}$, sudut tersebut bertambah dengan kadar 0.14 rad/min. Tentukan kadar belon itu naik di mana belon itu naik ke atas secara menegak.

(5 markah)

- (d) Cari nilai pemalar-pemalar a , b dan c sedemikian hingga graf bagi,

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

mempunyai titik maksimum relatif di $(-2, 15)$ dan titik minimum relatif di $(1, -12)$. Seterusnya cari titik lengkok balas, jika ada, dan lakarkan graf bagi fungsi tersebut.

(10 markah)

3. (a) Kirakan,

(i)
$$\int \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(ii)
$$\int \cos^2 x \sin^3 x dx$$

(5 markah)

- (b) Lakarkan lengkung $y^2 = x$ dan $y = 2 - x$ pada graf yang sama. Tentukan koordinat titik-titik persilangan pada kedua-dua graf. Seterusnya, cari,

(i) Luas rantau, R yang dibatasi oleh dua lengkung tersebut.

(ii) Isipadu bongkah perkisaran apabila rantau R diputarkan melalui 360 darjah sekitar paksi $-y$.

(iii) Isipadu bongkah perkisaran apabila rantau R diputarkan melalui 360 darjah sekitar paksi $-x$.

(15 markah)

4. (a) Selesaikan persamaan linear, $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x^2} = x \cos x$, $x > 0$

(4 markah)

- (b) Nilaiikan $\int_0^4 \frac{11x^2 + 4x + 12}{(2x + 1)(x^2 + 4)} dx$. Beri jawapan dalam bentuk logaritma.
(6 markah)

- (c) Kadar untuk menyejukkan seseorang di udara berkadar langsung dengan perbezaan di antara suhu badan dan suhu udara. Jika suhu udara adalah 20°C dan badan memerlukan 20 minit untuk menyejuk dari suhu 100°C ke 60°C . Berapa lama masa diperlukan untuk menurunkan suhu sehingga 30°C ?

(Nota: $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$ di mana k adalah pemalar dan T_0 ialah suhu udara.)

(10 markah)

5. (a) Selesaikan system persamaan berikut dengan menggunakan Kaedah Songsangan.

$$\begin{aligned} 2x - y &= -3 \\ 7x - 4y &= 4 \end{aligned}$$

(5 markah)

- (b) Cahaya Sdn. Bhd. telah beroperasi selama bertahun-tahun mengeluarkan produk-produk bayi. Tiga produk utama yang laris adalah botol susu, puting bayi dan juga bedah bayi. Syarikat ini mempunyai tiga kilang yang terletak di Kedah, Perak dan Johor. Pengeluaran (dalam unit) di ketiga-tiga kilang pada bulan September dan Oktober 2009 masing-masing diberi di dalam matriks A dan B berikut:

$$A = \begin{bmatrix} \text{Kedah} & \text{Perak} & \text{Johor} \\ 3500 & 2000 & 1700 \\ 1500 & 1300 & 1400 \\ 2700 & 1800 & 1500 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{botol susu bayi} \\ \text{puting bayi} \\ \text{bedak bayi} \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} \text{Kedah} & \text{Perak} & \text{Johor} \\ 3000 & 2300 & 1500 \\ 1000 & 1800 & 1350 \\ 2500 & 2000 & 1400 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{botol susu bayi} \\ \text{puting bayi} \\ \text{bedah bayi} \end{array}$$

- (i) Dapatkan purata pengeluaran pada bulan September dan Oktober 2009.

(ii) *Tentukan sama ada berlaku peningkatan atau penurunan daripada bulan September ke Oktober bagi ketiga-tiga kilang tersebut.*

(iii) Tentukan $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ dan beri makna matriks yang dihasilkan.

(10 markah)

