

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

ZMC 211/3 - Kaedah Matematik II

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Hitungkan vektor  $\underline{C}$  yang bertegaklurus dengan vektor  $\underline{A}$  ( $2\underline{i} - \underline{j} - 4\underline{k}$ ) dan vektor  $\underline{B}$  ( $3\underline{i} - \underline{j} - \underline{k}$ ).  
(10/100)
  - (b) Hitungkan (i)  $(\nabla \cdot \underline{a})\underline{b}$ , (ii)  $(\underline{a} \cdot \nabla)\underline{b}$  pada titik  $(-2, 1, 1)$  di sini  $\underline{a} = xy\underline{i} - z\underline{j} + 2yz\underline{k}$ ,  
 $\underline{b} = 3z^2\underline{i} + xy\underline{j} + \underline{k}$ .  
(30/100)
  - (c) Buktikan  
(i)  $\nabla \cdot (\nabla \times \underline{A}) = 0$   
(ii)  $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$   
(30/100)
  - (d) Jika  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$  dan  $\underline{C}$  ialah vektor bukan selari dan  $\underline{A} \times \underline{B} = \underline{B} \times \underline{C} = \underline{C} \times \underline{A}$ , buktikan  $\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} = 0$ . Berikan maksud geometrinya.  
(30/100)
2. (a) Andaikan  $\phi(x, y, z)$  dan  $\phi(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$  ialah suhu pada dua titik berdekatan iaitu  $P(x, y, z)$  dan  $Q(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$  dalam suatu kawasan.  
(i) Berikan maksud pada kuantiti  
$$\frac{\Delta \phi}{\Delta s} = \frac{\phi(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - \phi(x, y, z)}{\Delta s}$$
di sini  $\Delta s$  ialah jarak antara P dan Q.

(ii) Nilaiikan had  $\frac{\Delta\phi}{\Delta s} = \frac{d\phi}{ds}$  dan berikan maksudnya.

(iii) Tunjukkan  $\frac{d\phi}{ds} = \nabla\phi \cdot \frac{dr}{ds}$ .

(30/100)

(b) Tunjukkan bahawa  $\nabla\phi$  ialah suatu vektor yang bertegaklurus pada permukaan  $\phi(x,y,z) = c$  di sini  $c$  ialah pemalar.

(30/100)

(c) Tunjukkan bahawa suatu daya  $\vec{f}$  yang mengikuti hukum songsang kuasa dua

$$\vec{f} = -\frac{k}{r^3} \vec{r}$$

ialah suatu daya abadi.  $k$  ialah suatu pemalar. Kemudian hitungkan tenaga potensial zarah yang berkaitan dengan daya ini.

(40/100)

3. (a) Nyatakan teorem kecapahan dan berikan maksud fiziknya.

(20/100)

(b) Jika  $\vec{F} = xz\vec{i} + 3xy\vec{j} - 2z\vec{k}$ , hitungkan  $\int_S \vec{F} \cdot \hat{n} \, dS$  dengan menggunakan teorem kecapahan apabila:

(i)  $S$  ialah suatu silinder tutup yang disempadani dengan permukaan  $x^2 + y^2 = 1$  dan satah  $z = 0, z = 3$ .

(ii)  $S$  ialah permukaan silinder  $x^2 + y^2 = 1$  dan  $0 < z < 3$ .

(50/100)

(c) Tunjukkan luas yang disempadani oleh lengkung tutup mudah  $C$  diberi dengan  $\frac{1}{2} \oint_C x \, dy - y \, dx$ .

(30/100)

4. (a) Nyatakan teorem Stokes dan berikan maksud fiziknya.

(20/100)

(b) Buktikan teorem Stokes untuk vektor

$\vec{A} = (x^2 + y - 4)\vec{i} + 3xy\vec{j} + (2xz + z^2)\vec{k}$  pada hemisfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  di atas satah  $xy$ .

(50/100)

- (c) Buktikan  $\oint_C (\vec{a} \times \vec{r}) \cdot d\vec{r} = 2 \int_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$   
 di sini  $\vec{a}$  ialah vektor pemalar. Lengkung  $c$  dan permukaan  $S$  mempunyai maksud yang sama seperti dalam teorem Stokes. Kemudian dapatkan

$$\int_S d\vec{S} = \frac{1}{2} \oint_C \vec{r} \times d\vec{r}$$

(30/100)

5. (a) Sistem koordinat sfera ditakrifkan oleh transformasi

$$x = u \sin v \cos w, \quad y = u \sin v \sin w, \\ z = u \cos v$$

di sini  $u \geq 0, \quad 0 \leq v \leq \pi, \quad 0 \leq w \leq 2\pi.$

- (i) Tentukan Jacobian bagi transformasi. (15/100)

- (ii) Cari faktor skala  $h_u, h_v, h_w$  dan vektor unit  $\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w$  bagi sistem koordinat sfera ini. (30/100)

- (iii) Buktikan sistem koordinat sfera itu adalah sistem berortogon. (20/100)

- (b) Tunjukkan keikalan  $\vec{a} \times \frac{\vec{r}}{r^3} = -\frac{\vec{a}}{r^3} + \frac{3\vec{r}}{r^5} (\vec{a} \cdot \vec{r})$   
 di sini  $\vec{a}$  = vektor pemalar. (35/100)

- ooo0ooo -