
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2009/2010 Academic Session

April/May 2010

MSG 253 – Queueing Systems and Simulation
[Sistem Giliran dan Simulasi]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of THIRTEEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA BELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **all three** [3] questions.

Arahan : Jawab **semua tiga** [3] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Consider an $M/M/s/s$ queueing system with an arrival rate of λ and a service rate of μ .
- Draw a rate-diagram to represent the queueing system.
 - Using the birth and death process and under the assumption that the system is stable, show that the average number of customers in the queueing system is:

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s)$$

where

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!}$$

is the probability that the system is full and $\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$.

[50 marks]

- (b) *Johan Wholesale Fruit Distributors* employ one worker whose job is to load fruit on outgoing company trucks. Trucks arrive at the loading gate at an average of 3 per hour, according to a Poisson distribution. The worker loads them at a rate of 4 per hour, following approximately the exponential distribution in service times.

- Determine the operating characteristics of this loading gate problem (i.e. determine L , L_q , W and W_q).
- What is the probability that there will be more than 3 trucks either being loaded or waiting?

Johan believes that adding a second fruit loader will substantially improve the firm's efficiency. He estimates that a two-person crew, still acting like a single-server system at the loading gate, will double the loading rate from 4 trucks per hour to 8 trucks per hour.

- Analyze the effect on the queue of such a change and compare the results with those found in part (i).

Truck drivers working for Johan are paid a salary of RM10 per hour on average. Fruit loaders receive about RM6 per hour. Truck drivers waiting in the queue or at the loading gate are drawing a salary but are productively idle and unable to generate revenue during the time.

- What would be the hourly cost saving to the firm associated with employing two loaders instead of one?

Johan is considering building a second platform or gate to speed the process of loading their fruit trucks. This, they think, will be even more efficient than simply hiring another loader to help out the first platform. Assume that workers at each platform will be able to load 4 trucks per hour each and that the trucks will continue to arrive at the rate of 3 per hour. There will be only one waiting line.

- Determine the operating characteristics of this new system (i.e. determine L , L_q , W and W_q).
- Is this new system indeed speedier than the other two considered?

[50 marks]

1. (a) Pertimbangkan sistem giliran $M/M/s/s$ dengan kadar ketibaan λ dan kadar layanan μ .

- i) Lukiskan gambar rajah kadar bagi sistem giliran itu.
 ii) Dengan menggunakan proses lahir-mati dan di bawah andaian bahawa sistem berkeadaan mantap, tunjukkan bahawa bilangan purata pelanggan di dalam sistem giliran itu adalah:

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s)$$

dengan

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!}$$

adalah kebarangkalian bahawa sistem adalah penuh dan $\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$.

[50 markah]

(b) Syarikat Pengedaran Buah-Buahan Johan menugaskan seorang pekerja untuk memuatkan buah-buahan ke atas lori untuk dibawa keluar. Lori tiba ke kawasan pemuatan pada kadar purata 3 sejam, mengikut agihan Poisson. Pekerja itu akan memuatkan lori pada kadar 4 sejam, dengan masa layan dianggap mengikuti agihan eksponen.

- i) Tentukan ciri-ciri pengoperasian masalah di pintu pemuatan ini (yakni, tentukan L , L_q , W dan W_q).
 ii) Apakah kebarangkalian bahawa akan terdapat lebih dari 3 lori yang sedang dimuatkan atau sedang menunggu?

Johan percaya bahawa dengan menambah seorang lagi pekerja untuk memuatkan lori, kecekapan syarikat dapat ditingkatkan. Dia menganggarkan bahawa krew dua-pekerja, yang masih bertindak sebagai sistem satu-pelayan di kawasan pemuatan, akan menggandakan kadar muatan daripada 4 lori sejam kepada 8 lori sejam.

- iii) Kaji kesan perubahan sedemikian terhadap barisan menunggu dan bandingkan dengan hasil yang diperolehi di bahagian (i).

Pemandu lori yang bekerja dengan Johan dibayar gaji purata RM10 sejam. Pekerja yang memuatkan buah-buahan ke atas lori pula dibayar RM6 sejam. Pemandu lori yang sedang menunggu di dalam barisan menunggu atau pun yang sedang berada di kawasan pemuatan masih dibayar gaji walaupun mereka dianggap tidak produktif pada waktu itu.

- iv) Berapakah penjimatan kos sejam kepada syarikat yang dikaitkan dengan mengambil dua pekerja untuk memuatkan buah-buahan berbanding dengan mengambil seorang pekerja sahaja?

Johan sedang menimbang untuk membina platform kedua untuk mempercepatkan proses pemuatan lori buah-buahan. Mereka merasakan bahawa tindakan ini adalah lebih berkesan berbanding dengan hanya menambah seorang lagi pekerja di platform pertama. Andaikan bahawa pekerja di setiap platform akan memuatkan lori dengan kadar 4 sejam dan lori akan tiba dengan kadar 3 sejam. Hanya satu barisan menunggu sahaja yang akan terbentuk.

- v) Tentukan ciri-ciri pengoperasian sistem yang baru ini (yakni, tentukan L , L_q , W dan W_q).
 vi) Adakah sistem yang baru ini lebih pantas daripada dua sistem lain yang sedang dipertimbangkan?

[50 markah]

2. (a) A laundry shop has five washing machines. A typical machine breaks down once every 5 days. A repairer can repair a machine in an average of 2.5 days. Currently, three repairers are on duty. The owner of the laundry shop has the option of replacing them with a super worker, who can repair a machine in an average of $\frac{5}{6}$ of a day. The salary of the super worker equals the total pay of the three regular employees. Breakdown and service times are exponential. Should the laundry shop replace the repairers with the super worker?
- [35 marks]
- (b) A petrol station operates with one petrol pump. Vehicles arrive at the station according to a Poisson process at a rate of 15 per hour. If the pump is being used, arriving vehicles might go to another petrol station. The probability of this happening is $\frac{n}{3}$ for $n = 1, 2, 3$ where n is the number of vehicles that are already in the petrol station. Time needed to service a vehicle at the petrol station follows an exponential distribution with a mean of 4 minutes.
- (i) Draw a rate diagram for this queueing system.
- (ii) What is the average time that a vehicle entering the petrol station has to wait before being served?
- [35 marks]
- (c) *Jelita Interior Designs* plans to advertise a new product and to take orders by phone. Currently, *Jelita* has two phone lines. It is determined that the average time to take a customer's order is 1.5 minutes. If the advertising campaign has the desired effect, order will arrive at a rate of 2 per minute on average. If a customer receives a busy signal, the order is assumed to be lost. For each of the following case, assuming that the arrival and service processes are Poisson, compute the average time in the system, the utilization percentage of the phones, and the proportion of customers lost.
- (i) Leave the phone system as it is.
- (ii) Have three phones and one holding line.

[30 marks]

2. (a) Sebuah kedai dobi mempunyai lima mesin pembasuh. Setiap mesin pembasuh biasanya mengalami kerosakan sekali setiap 5 hari. Seorang pembaiki mesin boleh membaiki sebuah mesin pada puratanya dalam masa 2.5 hari. Kedai itu kini mempunyai tiga pembaiki mesin yang bertugas. Pemilik kedai dobi itu mempunyai pilihan untuk menggantikan ketiga-tiga pembaiki mesin itu dengan seorang pembaiki mesin yang handal yang berkemampuan membaiki sesebuah mesin pembasuh yang rosak dalam masa purata $\frac{5}{6}$ hari sahaja. Gaji pembaiki mesin yang handal itu adalah bersamaan dengan gaji gabungan 3 pembaiki mesin biasa. Masa antara kerosakan dan masa pembaikan mesin adalah eksponen. Patutkah 3 pembaiki mesin biasa digantikan dengan seorang pembaiki mesin yang handal?

[35 markah]

- (b) Sebuah stesyen minyak mempunyai satu pam petrol. Kenderaan yang memerlukan petrol tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 15 sejam. Jika pam sedang digunakan, kenderaan yang tiba berkemungkinan akan pergi ke stesyen minyak yang lain. Kebarangkalian ini akan berlaku ialah $\frac{n}{3}$ bagi $n = 1, 2, 3$ dengan n ialah bilangan kenderaan yang sudah berada di stesyen minyak berkenaan. Masa yang diperlukan untuk melayan sesebuah kenderaan di pam petrol ialah mengikut agihan eksponen dengan min 4 minit.

- (i) Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem giliran itu.
 (ii) Berapakah masa purata sesebuah kenderaan yang masuk ke stesyen minyak itu terpaksa menunggu sebelum dilayan?

[35 markah]

- (c) Penghias Dalaman Jelita merancang untuk mengiklankan satu produk baru dan mengambil pesanan secara telefon. Masa purata untuk mengambil pesanan seorang pelanggan ialah 1.5 minit. Jika kempen pengiklanan adalah berkesan, pesanan akan tiba pada kadar purata 2 seminit. Jika seorang pelanggan menerima isyarat sibuk, pesanan itu dianggap hilang. Bagi setiap kes berikut, dengan andaian bahawa proses ketibaan dan layanan adalah Poisson, tentukan masa purata di dalam sistem, peratusan penggunaan telefon, dan kadar kehilangan pelanggan.

- (i) Biarkan sistem telefon seperti sedia ada.
 (ii) Adakan tiga telefon dan satu talian menunggu.

[30 markah]

3. (a) Consider a small machine shop that consists of three machines; A, B, and C. Although each of the machines performs different operations, it can be safely assumed that the processing-time distributions (including setups) of the three machines are identical.

Processing Time (hours)	Probability
1	0.05
2	0.20
3	0.30
4	0.20
5	0.25

Customer orders for various machined parts arrive at the shop according to the following distributions:

Inter-arrival Time (hours)	Probability
2	0.25
3	0.35
4	0.20
5	0.15
6	0.05

Routing a customer order through the shop depends on the work that has to be done to it. Two major routing exist:

Routing	Percentage of orders having the routing
A-B-C	30
A-C-B	70

The machine shop operates 24 hours a day (three shifts). All orders are processed on a FIFO basis at each machine. Assuming that the shop is empty at the start, simulate the arrival and processing of 10 customers orders. For each order, determine first its arrival time, then its routing. Each time an order is processed on a machine, determine its processing time (you need to determine three different processing times for each order). Make a chart for each machine as follows:

Machine A			
Job Number	Arrival Time	Start Service	End Service

Once a job is finished at a machine it goes to the next one on its routing. As soon as the machine is finished with a job, it takes the job with the earliest arrival time of those available (in queue) for processing. When a job is processed by the last machine on its routing, it leaves the system.

Compute the average waiting time per job, the total idle time of the machines, and the maximum queue length at each machine.

Perform a hand simulation. Use the enclosed two digit random number table with the first column for the *inter-arrival time*, the second column for the *routing* and the third column for the *processing time*. The simulation clock starts at time 0.

[50 marks]

- (b) Referring to Question 3(a), write a GPSSPC program for this problem and run the simulation for the arrival and processing of 1000 customers orders.

[50 marks]

3. (a) Sebuah bengkel mempunyai tiga buah mesin; A, B dan C. Walaupun ketiga-tiga buah mesin itu menjalankan operasi yang berlainan, masa pemrosesannya masih boleh dianggap sama (termasuk masa penyediaannya).

Masa Pemrosesan (jam)	Kebarangkalian
1	0.05
2	0.20
3	0.30
4	0.20
5	0.25

Pesanan pelanggan untuk pelbagai bahagian mesin tiba di bengkel itu mengikut agihan berikut:

Lat ketibaan (jam)	Kebarangkalian
2	0.25
3	0.35
4	0.20
5	0.15
6	0.05

Pergerakan pesanan pelanggan melalui mesin-mesin di dalam bengkel adalah bergantung kepada jenis kerja yang perlu dilakukan. Dua jenis pergerakan utama adalah:

Pergerakan	Peratusan pesanan yang melalui pergerakan ini
A-B-C	30
A-C-B	70

Bengkel itu dibuka 24 jam sehari (tiga syif). Semua pesanan diproses mengikut FIFO pada setiap mesin. Andaikan bahawa bengkel itu bersenang pada permulaannya dan simulasikan ketibaan dan pemprosesan 10 pesanan pelanggan. Untuk setiap pesanan, tentukan waktu ketibaan dan jenis pergerakannya. Setiap kali pesanan diproses oleh mesin, tentukan masa pemrosesannya (anda perlu menentukan tiga masa pemrosesan berlainan untuk setiap pesanan). Bentukkan jadual seperti berikut untuk setiap mesin:

Mesin A			
No. Pesanan	Waktu Ketibaan	Mula Layanan	Selesai Layanan

Selepas sesuatu pesanan selesai diproses di sebuah mesin, ia akan pergi ke mesin berikutnya mengikut jadual pergerakan. Sebaik sahaja sebuah mesin selesai dengan sesuatu pesanan, ia akan menerima pesanan yang mempunyai waktu ketibaan terawal dari antara yang sedia ada (dalam giliran) untuk diproses. Apabila sesuatu pesanan telah diproses oleh mesin yang terakhir dalam jadualnya, ia akan meninggalkan sistem

Hitung purata masa menunggu setiap pesanan, jumlah masa mesin bersenang dan panjang maksimum barisan menunggu untuk setiap mesin.

Lakukan simulasi dengan tangan. Guna jadual nombor rawak dua digit yang disertakan dengan lajur pertama untuk lat ketibaan, lajur kedua untuk pergerakan dan lajur ketiga untuk masa pemrosesan. Jam simulasi bermula pada waktu 0.

[50 markah]

- (b) Merujuk kepada Soalan 3(a), tulis satu aturcara GPSSPC untuk masalah itu dan lakukan simulasi untuk ketibaan dan pemprosesan 1000 pesanan pelanggan.

[50 markah]

APPENDIX 1 / LAMPIRAN 1

Formulas for Queueing Theory:

1. $M/M/1$:

$$\begin{aligned}\rho &= \lambda / \mu \\ P_n &= (1 - \rho) \rho^n \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \dots \\ L &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ L_q &= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \\ W &= \frac{1}{\mu - \lambda}, \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \\ P[w > t] &= e^{-t/w} \\ P[w_q > t] &= \rho e^{-t/w}\end{aligned}$$

2. $M/M/s$:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\lambda}{s\mu} \\ P_0 &= \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1} \\ P_n &= \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0, & \text{if } 0 \leq n \leq s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0, & \text{if } n > s \end{cases} \\ L_q &= \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0 \\ W_q &= \frac{L_q}{\lambda}, \quad W = W_q + 1/\mu \\ L &= L_q + \lambda/\mu \\ P[w_q > t] &= e^{-\mu t} \left[1 + \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^s}{s!(1-\rho)} \left(\frac{1 - e^{-\mu t (s-1-\lambda/\mu)}}{s-1-\lambda/\mu} \right) \right] \\ P[w_q > t] &= [1 - P\{w_q = 0\}] e^{-s\mu(1-\rho)t} \\ \text{where } P\{w_q = 0\} &= \sum_{n=0}^{s-1} P_n\end{aligned}$$

APPENDIX 2 / LAMPIRAN 2

3. $M/M/s$: finite population of size M .

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ if } 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{n!}{s^{n-s} s!}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ if } s < n \leq M \\ 0 & , \text{ if } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. $M/G/1$:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = w_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

APPENDIX 3 / LAMPIRAN 3

6. M/M/1/k:

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

For $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

For $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. M/M/s/k:

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \frac{1}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \frac{\lambda}{s\mu}} \right]^{-1} & \text{for } \left(\frac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} (k-s+1) \right]^{-1} & \text{for } \left(\frac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}]$$

APPENDIX 4 / LAMPIRAN 4

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. $M/M/s/s$:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^s \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \quad \text{for } (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!} \quad \text{where } \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right).$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \quad \text{where } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. $M/M/\infty$:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \quad \text{for } n=0,1,2,\dots$$

$$L = \lambda/\mu$$

$$W = \frac{1}{\mu}$$

APPENDIX 5 / LAMPIRAN 5

10. $M/M/1$: state-dependent service

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k + \rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho_1} + \frac{\rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (\rho_1 = \lambda / \mu_1, \rho = \lambda / \mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1 [1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho \rho_1^{k-1} [k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu_1} \right)^n P_0 & (0 \leq n < k) \\ \frac{\lambda^n}{\mu_1^{k-1} \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \geq k) \end{cases}$$

11. $M/M/1$: finite population of size M .

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad \text{for } n=1, 2, \dots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{where } \lambda' = \lambda(M - L)$$

APPENDIX 6 / LAMPIRAN 6

TWO-DIGIT RANDOM NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26