

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

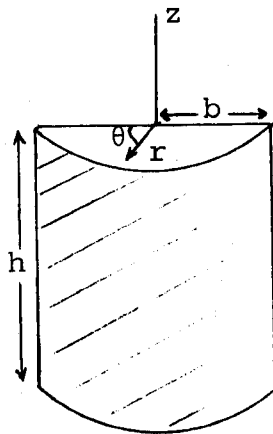
ZSC 310/3 Kaedah Matematik III

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1.



Suatu pepejal mengandungi setengah daripada suatu silinder membulat yang tegak. Jejari silinder itu ialah b dan tingginya ialah h . Bes bawah, permukaan melengkung dan permukaan satah yang tegak dikekalkan pada suhu malar $u = 0$. Di bes atas suhu diberi oleh suatu fungsi kedudukan $f(r, \theta)$. Dengan mengandaikan syarat keadaan mantap cari suhu pada sebarang titik di dalam pepejal ini. (100/100)

[Perhatian persamaan pengkonduksi haba di dalam koordinat silinderaan diberi oleh

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial U}{\partial t}$$

di sini $U(r, \theta)$ ialah fungsi haba dan a ialah suatu pemalar].

2. (i) Cari pengembangan Fourier untuk fungsi berkala yang ditakrif di dalam suatu kala, iaitu

$$f(t) = \begin{cases} -t & -3 < t < 0 \\ t & 0 < t < 3 \end{cases} \quad (40/100)$$

- (ii) Cari pengembangan sinus dan kosinus Fourier separuh julat untuk fungsi

$$f(t) = t - t^2 \quad 0 < t < 1 \quad (60/100)$$

3. Taburan suhu untuk pengaliran haba pada keadaan mantap di dalam satah x-y diberi oleh suatu fungsi U(x,y). Fungsi ini memenuhi persamaan konduksi haba di dalam dimensi dua

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} = 0$$

Syarat sempadan diberi oleh

$$U(x,y) = 0 \quad \text{pada } x = 0, y = 0 \text{ dan } y = b$$
$$U(x,y) = u_0 \quad \text{pada } x = d \text{ dan } 0 < y < b.$$

Dapatkan penyelesaian U(x,y) pada sebarang titik di dalam satah tersebut. (100/100)

4. (i) Cari transformasi Laplace untuk

(a) $\cos(at)$ (15/100)

(b) $(t^3 - 8t^2 + 1)$ (10/100)

- (ii) Cari transformasi Laplace songsang untuk

$$\left(\frac{-3s}{s^2 + 9} + \frac{12}{s - 5} \right) \quad (10/100)$$

- (iii) Selesaikan

$$y'' - 4y = t$$

dengan syarat $y(0) = 1, y'(0) = -2$ (40/100)

...3/-

(iv) Tunjukkan bahawa $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$ adalah suatu syarat cukup bagi wujudnya transformasi Fourier untuk $f(t)$. (5/100)

(v) Cari transformasi Fourier bagi $f(t) = e^{-a|t|}$ disini $a > 0$ dan plotkan suatu gambarajah fungsi $f(t)$ dan transformasi Fourier $F(\omega)$. (20/100)

$$\left[\text{Diberi } \mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}} ; \quad \mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a} \right]$$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}\} = s^n \mathcal{L}\{f\} - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$f^{(n)} \equiv \left[\frac{d^n f}{dt^n} \right]$$

- ooo00ooo -