

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

ZMC 110/4 Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Jika z_1 dan z_2 adalah nombor kompleks buktikan

(i) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

(ii) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

(20/100)

(b) Tulis dalam bentuk kutub nombor kompleks berikut:

(i) $1 + \sqrt{3}i$

(ii) $-\sqrt{6}i$

(iii) $(1 + i)^3$

(iv) $\frac{2 - 2i}{5 + 5i}$

(20/100)

(c) Selesaikan persamaan $z^3 = -27$. Lakarkan semua punca dalam gambarajah Argand.

(40/100)

(d) Buktikan bahawa

$$\tan(ix) = i \tanh x$$

di mana $i = \sqrt{-1}$.

265

(20/100)

...2/-

2. (a) Buktikan $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2} = \infty$. (20/100)

(b) Carikan had-had berikut:-

(i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-x-12}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos^2 x}{x^2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}$

(40/100)

(c) Buktikan bahawa

$$\begin{aligned} \sinh x &= \sinh a + (x-a) \cosh a + \frac{(x-a)^2}{2!} \sinh a \\ &+ \frac{(x-a)^3}{3!} \cosh a + \frac{(x-a)^4}{4!} \sinh \epsilon \end{aligned}$$

di mana $a < \epsilon < x$.

Tunjukkan bahawa

$$\sinh x \approx x + \frac{x^3}{3!}$$

jika x adalah kecil. Anggarkan ralat dalam formula ini jika $x = 0.01$.

(40/100)

3. (a) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ bagi setiap fungsi berikut:-

(i) $y = \sinh^{-1} x + \cosh^{-1} x$

(ii) $y = x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$

(iii) $ye^x + x^2 \ln y = \cos x$

(30/100)

- (b) Dapatkan $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ bagi suatu fungsi $f(x,y)$ di mana

$$f(x,y) = 4x^2y + y^2x + e^{xy} \quad (20/100)$$

- (c) Jika $z = \sin\left(\frac{x}{y}\right) + \cos\left(\frac{y}{x}\right)$

tunjukkan bahawa

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (20/100)$$

- (d) Dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson hitung suatu nilai hampiran bagi $\sqrt{11}$ (jitu ke 3 tempat perpuluhan).

(30/100)

4. (a) Carikan kamilan-kamilan berikut:-

(i) $\int e^{3x} \sinh 2x \, dx$

(ii) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} \, dx$

(iii) $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$

(iv) $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ (60/100)

- (b) Hitung $\int_0^1 \frac{dx}{2 + x^2}$ dengan petua Simpson. Pilih

$n = 4$. Bandingkan nilai didapati dengan nilai tepat kamilan.

(40/100)

...4/-

5. (a) Tentukan pangkat matriks A di mana

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(10/100)

- (b) Diberi suatu matriks

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Hitungkan (i) $\text{adj } B$ (ii) $|B|$ (iii) B^{-1}

(60/100)

- (c) Selesaikan sistem persamaan dengan menggunakan petua Cramer

$$x + y + z = 6$$

$$5x - y + 2z = 9$$

$$x - y + 3z = 8$$

(30/100)

- ooo00ooo -