

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

ZMC 110/4 Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa : [3 jam]

Jawab KESEMUA LIMA soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan ketaksamaan

(i) $\frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}$

(ii) $(x-3)(x^2+2x+1) > 0$

(20/100)

(b) Jika z adalah suatu nombor kompleks buktikan

$$|z^n| = |z|^n$$

(10/100)

(c) Tulis dalam bentuk kutub nombor kompleks berikut:

(i) $-1 + \sqrt{3} i$

(ii) -4

(iii) $\sqrt{2} i$

(iv) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} i$

(20/100)

(d) Tunjukkan bahawa $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

Buktikan $\sin^3 \theta = \frac{3}{4} \sin \theta - \frac{1}{4} \sin 3\theta$

(20/100)

...2/-

(e) Selesaikan persamaan $z^5 = -32$. Lakarkan semua punca dalam gambarajah Argand. (30/100)

2. (a) Buktikan $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = \infty$ (30/100)

(b) Carikan had-had berikut:

(i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(8+h)^{1/3} - 2}{h}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x}{x^2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2^n + 3^n)^{1/n}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

(v) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \ln x$ (50/100)

(c) Buktikan bahawa

$$\cos x = \cos a - \sin a (x-a) - \frac{\cos a}{2!} (x-a)^2 + \frac{\sin a}{3!} (x-a)^3$$

di mana $a < \varepsilon < x$ (20/100)

3. (a) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ bagi setiap fungsi berikut:

(i) $y = \tanh^{-1} x$

(ii) $ye^x + x \ln y = \sin x$

(iii) $y = \sinh^{-1} \left(\frac{1}{x^2} \right)$

(30/100)

...3/-

(b) Jika $x = \cos t$, $y = \sin t$
hitungkan $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$ pada $t = \frac{\pi}{4}$

(20/100)

(c) Tentukan Teorem Rolle bagi

$$f(x) = x^2(1-x)^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

(20/100)

(d) Dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson, hitung
suatu nilai hampiran bagi $\sqrt{10}$ (jitu ke 3 tempat
perpuluhan). Ambil nilai hampiran pertama bagi
 $x_1 \approx 3.1$.

(30/100)

4. (a) Carikan kamilan-kamilan berikut:

(i) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

(ii) $\int \frac{-2x}{(x+1)(x^2+1)} dx$

(iii) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$

(iv) $\int \frac{\cos x}{1-\cos x} dx$

(60/100)

(b) Hitung $\int_0^1 \frac{dx}{2+x}$ dengan (i) petua trapezium

(ii) petua Simpson. Pilih $n = 4$. Berapakah
nilai tepat kamilan tersebut?

(40/100)

...4/-

5. (a) Diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Dapatkan $A^2 + AB + BA + B^2$ (10/100)

(b) Diberi $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

Dapatkan (i) $\text{adj } C$ (ii) $|C|$ (iii) C^{-1} (30/100)

(c) Selesaikan sistem persamaan dengan menggunakan petua Cramer

$$2x + y - 3z = 1$$

$$x - 2y - z = -1$$

$$5x + 3y + z = 20$$

(40/100)

(d) Andaikan A sebagai matriks $n \times n$. Tunjukkan bahawa

$$|\text{adj } A| = |A|^{n-1} \quad (20/100)$$