

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

ZMC 210/3 Kaedah Matematik I

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dengan menggunakan teorem Cauchy, tunjukkan bahawa

$$\oint_C \sin z e^{-z} dz = 0$$

kalau C ialah suatu bulatan $|z| = 2$.

(85/100)

- (b) Apakah nilai kamiran itu kalau C menjadi suatu bulatan $|z-1| = 2$?

(15/100)

2. (a) Tentukan punca $\sqrt[3]{1+2i}$.

(30/100)

- (b) Tentukan nilai fungsi berikut:

(i) $e^{-(1+2i)}$

(ii) $\ln(1+2i)$

(iii) $\sin(1+2i)$

(30/100)

- (c) Nilaikan kamiran

$$\oint_C [(x^2 - 2xy)dx + x^3 y dy]$$

di mana C ialah suatu segiempat tepat yang bucunya berada di $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$ dan $(0,2)$.

3. (a) Buktikan bahawa

$$f(z) = \frac{\ln(1+z)}{1+z} = z - (1+\frac{1}{2})z^2 + (1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})z^3 - \dots, |z| < 1$$

(30/100)

(b) Kembangkan

$$f(z) = \frac{e^z}{(1+z)}$$

di sekitar $z = 1$ sebagai suatu siri Laurent yang sah bagi $|z-1| < 2$ dan dengan demikian nilaikan kamiran

$$\oint_C \frac{e^z}{1+z} dz,$$

kalau C ialah suatu bulatan $|z-1| = 1$.

(40/100)

(c) Nilaikan kamiran

$$\int_0^\infty \frac{\cos 2x}{(1+x^2)} dx.$$

(30/100)

4. Suatu pengayun berjisim m ditaklukkan kepada daya berikut:

daya pemulih: $-kx$; $k = \text{pemalar}$

daya pelembapan: $-\beta \frac{dx}{dt}$; $\beta = \text{pemalar}$

daya paksaan: $F_0 \cos \alpha t$; F_0 dan α adalah pemalar.

(a) Dapatkan persamaan gerakan pengayun itu. (15/100)

(b) Tunjukkan dengan menyelesaikan persamaan gerakan yang didapati di bahagian (a) bahawa penyelesaiannya ini dinyatakan dengan

$$x = e^{-\gamma t} (A \sin \lambda t + B \cos \lambda t) + \frac{f_o \cos(\alpha t - \phi)}{\sqrt{(\alpha^2 - w^2)^2 + 4\gamma^2 \alpha^2}}$$

di mana

$$\gamma = \beta/2m$$

$$w^2 = k/m$$

$$\lambda = \sqrt{w^2 - \gamma^2}$$

$$f_o = F_o/m$$

dan

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{2\gamma\alpha}{w^2 - \alpha^2} \right)$$

(85/100)

5. (a) Selesaikan persamaan peringkat pertama

$$(3x - 1)(y^2 + 4)dx - 4y(x^2 + x - 6)dy = 0$$

pada syarat awal $y(3) = 1$.

(30/100)

(b) Selesaikan persamaan

$$\frac{d^2x}{dt^2} - t \frac{dx}{dt} = 0$$

dan dapatkan penyelesaian siri kuasa pada syarat awal $x(0) = 1$ dan $x'(0) = 1$.

(70/100)