

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

ZMC 210/3 Kaedah Matematik I

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan itu.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dapatkan nilai atau nilai utama bagi fungsi berikut di  $z = z_0$ .

(i)  $f(z) = \ln z$ ;  $z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(ii)  $f(z) = e^z$ ;  $z_0 = -1 + i$

(20/100)

- (b) Tunjukkan bahawa

$$f(z) = e^{3iz}$$

adalah suatu fungsi analitik.

(30/100)

- (c) Nilaikan kamiran

$$\oint_c [(x^2 - 2xy)dx + (y^2 - x^3y)dy]$$

dengan menggunakan teorem Green kalau  $c$  ialah suatu segiempat yang berbucu di  $(0,0)$ ,  $(2,0)$ ,  $(2,2)$  dan  $(0,2)$ .

(20/100)

- (d) Nilaikan kamiran

$$\oint_c \frac{1}{z^2(z-3)} dz$$

di mana  $c$  ialah suatu bulatan  $|z-2| = \frac{3}{2}$ .

(30/100)

2. (a) Tunjukkan bahawa

$$u(x,y) = x^2 - y^2$$

ialah suatu fungsi harmonik dan dapatkan fungsi analitik  $f(z)$  yang bahagian hakikinya ialah  $u(x,y)$  ini.

(60/100)

- (b) Nilaikan kamiran

$$\oint \frac{f(z)}{z-1} dz$$

di mana  $f(z)$  ialah fungsi analitik di bahagian (a) di atas dan  $c$  ialah suatu bulatan  $|z-1| = 3$ .

(40/100)

3. (a) Kembangkan

$$f(z) = \frac{e^{3-1}}{z}$$

sebagai suatu siri kuasa di sekitar  $z = 0$  yang menumpu di dalam rantau  $0 < |z| < R$ . Tentukan pula jejari penumpuan  $R$ .

(50/100)

- (b) Dengan bantuan siri kuasa ini, nilaikan kamiran berikut:-

(i)  $\oint_c \frac{e^{z-1}}{z} dz$

(25/100)

(ii)  $\oint_c \frac{e^{z-1}}{z^3} dz$

(25/100)

di mana  $c$  ialah suatu bulatan  $|z| = 2$ .

4. Selesaikan masalah nilai-awal berikut:-

(a)  $(y+2)dy + y(4+x)dx = 0; \quad y(-3) = -1$  (40/100)

(b)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x; \quad y(0) = 2, y'(0) = 4$  (60/100)

5. Selesaikan persamaan berikut dengan menggunakan kaedah siri kuasa.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (2x^2 + 1)y = 0$$

(100/100)

- ooo0ooo -