

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

FMT 101 Matematik

Masa: (2 jam)

Kertas ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Diberikan sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned} X_1 + X_3 &= k \\ X_2 + 2X_4 &= 0 \\ X_1 + 2X_3 + 3X_4 &= 0 \\ 2X_2 + 3X_3 + tX_4 &= 3 \end{aligned}$$

Carikan nilai k dan t supaya sistem ini:-

- (i) tak konsisten.
- (ii) konsisten dan mempunyai penyelesaian yang unik.
- (iii) konsisten dan mempunyai penyelesaian yang tak terhingga banyaknya.

(20 markah)

2. (A) Gunakan Petua Cramer untuk menentukan nilai X_4

$$\begin{aligned} 10X_1 + 20X_2 + 10X_3 - 10X_4 &= 30 \\ &3X_4 = 1 \\ 3X_1 - 9X_2 + 6X_3 - 3X_4 &= -3 \\ X_1 + X_3 + X_4 &= 0 \end{aligned}$$

(10 markah)

(B) Tentukan songsang bagi matriks A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & -5 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

(10 markah)

3. (A) Selesaikan had untuk setiap fungsi berikut:-

(i) had $\frac{x^3 - 8}{x - 2}$
 $x \rightarrow 2$

(ii) had $\frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{x}$, a ialah angkataap
 $x \rightarrow 0$

(iii) had $(\sqrt{x^2 + 2x} - x)$
 $x \rightarrow \infty$

(iv) had $\frac{\log_e x^k}{x}$, k ialah angkataap
 $x \rightarrow \infty$

(v) had $\frac{(\sqrt{1+x^2})^2}{(x)^2}$
 $x \rightarrow \infty$

(10 markah)

(B) Seorang budak lelaki membesar dengan kadar 5 kg setahun dan 1 cm setahun. Ketinggian dan berat badannya masing-masing adalah 2 meter dan 40 kg.

Jika formula $W = 0.1091x^{0.425} y^{0.725}$ memberikan luas permukaan tubuh (dalam meter persegi) berdasarkan berat badan x (dalam kg) dan ketinggian y (dalam meter), carikan kadar peningkatan luas permukaan tubuh budak lelaki tersebut.

(6 markah)

...4/-

(C) Carikan keluasan di antara:

(i) Keluk $y = (x-2)e^x$ dan paksi x daripada $x = 2$ ke $x = 4$.

(ii) Keluk $y = xe^x$ dan paksi x daripada $x = 0$ ke $x = 1$.

(4 markah)

4. (A) Sesuatu drug yang diambil secara oral akan mengalami proses penyerapan melalui saluran gastro-usus sebelum drug tersebut dapat masuk ke dalam darah. Satu kajian dilakukan untuk meneliti masa penyerapan drug X dengan menyukat kepekatan drug X di dalam darah selepas drug diambil secara oral. Perhubungan kepekatan drug X di dalam darah melawan masa diwakilkan oleh fungsi berikut:

$$C = t2^{-t}$$

di mana

C ialah kepekatan drug X di dalam darah ($\mu\text{g/ml}$)
t ialah masa (jam).

- (i) Berdasarkan kepada fungsi di atas, tentukan masa untuk kepekatan maksima drug X serta nilai kepekatan maksima drug X di dalam darah.
- (ii) Lakarkan keluk kepekatan drug X di dalam darah melawan masa.

(10 markah)

(B) (i) Untuk mengkaji kadar pengaliran darah arteri (F) seorang subjek yang sedang bersenaman, 5 mg bolus pewarna indosianina hijau disuntik ke vena lengannya. Sampel darah dipungut dan kepekatan $C(t)$ pewarna ketika dipungut dilambangkan sebagai satu fungsi masa oleh persamaan $C(t) = 0.9e^{-3.898t}$. Jika kadar pengaliran (F) dianggap tetap ketika pemungutan sampel, carikan nilai (F).

(4 markah)

(ii) Di dalam ujikaji di atas, jika kepekatan pewarna $K(t)$ di dalam sampel darah diukur setiap saat dan keputusannya seperti yang disenaraikan di dalam jadual di bawah, anggarkan nilai (F) dalam liter seminit.

t (saat)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
K(t) mg/l	0	1.3	3.8	6.4	8.9	7.0	6.1	4.1	2.9	1.3	0.8	0.6	0

(4 markah)

(iii) Selesaikan

(a) $\frac{dy}{dx} = -3 + 3x^2 + 5x^4$

(b) $\frac{dy}{dx} - 4xy = 0$ ($y = -1$ bila $x = 0$)

(2 markah)

5. (A) Kamirkan:

$$(i) \int x (8 + x)^{3/2} dx \qquad (ii) \int (x + 2)e^{-3x} dx$$
$$(iii) \int e^{\sqrt{x}} dx$$

(6 markah)

(B) Selesaikan:

$$(i) \int_{-\infty}^{-2} x^{-2} dx$$
$$(ii) \frac{d^2y}{dx^2} - e^x = 3x^2$$
$$(iii) \sqrt{x} + \frac{dy}{dx} = x \qquad (y = 2 \text{ bila } x = 0)$$

(6 markah)

(C) Sebatang pokok yang tumbang 5000 tahun lalu mengandungi karbon-14 (^{14}C) yang mereput dengan kadar $Me^{-0.00012t}$ atom/setahun; t melambangkan bilangan tahun selepas tumbangnya pokok itu dan M ialah pemalar yang bersamaan dengan kadar reputan ketika $t = 0$.

Jika $M = 1000$,

...7/-

- (i) tuliskan satu persamaan yang menunjukkan kadar reputan ^{14}C di dalam sebutan masa.
- (ii) carikan bilangan ^{14}C yang telah mereput di sepanjang 1000 tahun yang lepas.
- (iii) carikan bilangan asal ^{14}C sebelum pokok tadi tumbang.
- (iv) berapa peratuskan ^{14}C yang telah mereput di sepanjang 1000 tahun yang lepas?
- (v) berapa peratuskah daripada amaun asal ^{14}C yang tinggal di dalam pokok itu sekarang?

(Diberi: $e^{-0.6} = 0.5488$; $e^{-0.48} = 0.6188$; $c = 0$).

(8 markah)

6. (A) Untuk setiap fungsi yang diberikan, selesaikan f yang memenuhi $f \circ g = F$.

(i) $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$ dan $F = \frac{1+x}{1-x}$

(ii) $g(x) = x^2$ dan $F = ax^2 + b$; a dan b ialah angkatap

(iii) $g(x) = -x^2$ dan $F = \sqrt{a^2 - x^2}$; a ialah angkatap

(6 markah)

(B) Daripada satu kajian, keputusan menunjukkan kebarangkalian untuk seekor penyu belimbing hidup sepanjang tahun ialah 0.9. Andaikan 1000 ekor penyu belimbing dilepaskan dari satu pusat penetasan penyu dan X_n merujuk kepada bilangan penyu yang masih hidup selepas n tahun.

(i) Dapatkan persamaan yang menghubungkan X_{n+1} dan X_n .

(ii) Selesaikan X_n dan dapatkan jumlah penyu belimbing yang hidup selepas 10 tahun.

(4 markah)

(C) Daripada satu kajian, keputusan menunjukkan badan manusia mengeliminasi 10% drug Z pada setiap jam. Jika 200 mg drug Z diberikan setiap 6 jam, hitung

(i) amaun drug di dalam badan selepas 24 jam.

(ii) amaun maksima drug Z di dalam badan.

(10 markah)

-ooOoo-