

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2009/2010 Academic Session

November 2009

**MGM 551 - Operations Research**  
***[Penyelidikan Operasi]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of NINE pages of printed materials before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEMBILAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all eight** [8] questions.

**Arahan:** Jawab **semua lapan** [8] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. Find the value and the optimum strategies for the two person zero-sum game in the following matrix assuming that the payoff is for player A.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	4	5	5	8
$A_2$	6	7	6	9
$A_3$	5	7	5	4
$A_4$	6	6	5	5

[5 marks]

2. A client has approached a stockbroker with the following request: invest RM100,000 for maximum annual income under these conditions:
- Spread the investment over no more than three different stocks.
  - Put no more than 40 percent of the money into any one stock.
  - Put a minimum of RM10,000 into oil stock.

The broker has identified three stocks for investing the funds. Their estimated annual returns and price per share are shown in the following table.

Stock	Price per Share	Estimated Annual Return per Share
Oil	RM120	RM11
Auto	RM52	RM4
Health	RM18	RM2

Formulate a linear programming model of the problem.

[10 marks]

1. Dapatkan nilai dan strategi-strategi optimum bagi permainan hasil tambah-sifar dua orang dalam matriks berikut dengan menganggap bahawa keuntungan adalah bagi pemain A.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	4	5	5	8
$A_2$	6	7	6	9
$A_3$	5	7	5	4
$A_4$	6	6	5	5

[5 markah]

2. Seorang klien telah berjumpa dengan broker saham dengan permintaan berikut: laburkan RM100,000 untuk mendapat pendapatan tahunan yang maksimum berpandukan syarat-syarat berikut:
- (i) Agihkan pelaburan dalam tidak lebih daripada tiga jenis saham.
  - (ii) Letakkan tidak lebih daripada 40 peratus daripada wang dalam sebarang saham.
  - (iii) Letakkan RM10,000 minimum ke dalam saham minyak.

Broker tersebut telah mengenalpasti tiga jenis saham untuk dilaburkan wang. Anggaran pulangan tahunan dan harga per syer ditunjukkan di dalam jadual berikut.

Saham	Harga per Syer	Anggaran Pulangan Tahunan per Syer
Minyak	RM120	RM11
Auto	RM52	RM4
Kesihatan	RM18	RM2

Rumuskan suatu model pengaturcaraan linear terhadap masalah tersebut.

[10 markah]

3. The manager of the assembly department of a company has presented the following linear programming model:

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 12x_1 + 10x_2 && \text{(Profit)} \\ \text{Subject to } &11x_1 + 11x_2 \leq 121 \text{ hours} && \text{(Line 1)} \\ &8x_1 + 15x_2 \leq 120 \text{ hours} && \text{(Line 2)} \\ &3x_1 + 15x_2 \leq 60 \text{ minutes} && \text{(Inspection)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Graph the constraints.
- Shade the feasible region.
- Plot the objective function and determine the optimal values of  $x_1$ ,  $x_2$  and  $z$ .
- By how much can the profit per unit of  $x_1$  change without changing the optimal values of  $x_1$  and  $x_2$ ?
- If the amount of inspection time could be increased, how much more could be used?
- If Line 2 time was reduced by one hour, what impact would this have on profit?
- If additional time for Line 1 could be obtained, how much could be used effectively?

[17 marks]

4. Consider the following LP problem and its optimal tableau.

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 20x_1 + 12x_2 && \text{(Profit)} \\ \text{Subject to } &3x_1 + 2x_2 \leq 180 && \text{(Raw material 1)} \\ &x_1 \leq 50 && \text{(Raw material 2)} \\ &x_2 \leq 50 && \text{(Raw material 3)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Basic	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Solution
$z$	0	0	6	2	0	1180
$x_2$	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	15
$x_1$	1	0	0	1	0	50
$x_5$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	35

The slack variables are represented by  $x_3$ ,  $x_4$  and  $x_5$ . Based on the given tableau, answer the following questions.

- Determine the status of each resource.
- In terms of the optimal profit, determine the dual prices for raw material 1, 2 and 3.
- Determine the range of feasibility for raw material 1.
- Determine the range of optimality for the coefficient of  $x_2$  in objective function.
- Which of these two possible changes would have a greater impact on the value of the objective function in the final solution?
  - Increase the raw material 2 by 10 units.
  - Increase the raw material 3 by 40 units.

[18 marks]

3. *Pengurus di jabatan pemasangan dari sebuah syarikat telah memberikan model pengaturcaraan linear berikut:*

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 12x_1 + 10x_2 && \text{(Keuntungan)} \\ \text{Terhadap } 11x_1 + 11x_2 &\leq 121 \text{ jam} && \text{(Barisan 1)} \\ &8x_1 + 15x_2 \leq 120 \text{ jam} && \text{(Barisan 2)} \\ &3x_1 + 15x_2 \leq 60 \text{ minute} && \text{(Pemeriksaan)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Grafkan kekangan-kekangan tersebut.*
- Lorekkan kawasan yang tersaur.*
- Plotkan fungsi objektif dan tentukan nilai-nilai optimum bagi  $x_1$ ,  $x_2$  dan  $z$ .*
- Berapa banyak keuntungan per unit bagi  $x_1$  boleh berubah tanpa mengubah nilai-nilai optimum bagi  $x_1$  dan  $x_2$ ?*
- Jika masa pemeriksaan boleh ditambahkan, berapa banyak lagi boleh digunakan?*
- Jika masa di barisan 2 dikurangkan satu jam, apakah kesannya terhadap keuntungan?*
- Jika masa tambahan di barisan 1 dapat diperolehi, berapa banyakkah yang boleh digunakan secara berkesan?*

[17 markah]

4. *Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.*

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 20x_1 + 12x_2 && \text{(Keuntungan)} \\ \text{Terhadap } 3x_1 + 2x_2 &\leq 180 && \text{(Bahan mentah 1)} \\ &x_1 \leq 50 && \text{(Bahan mentah 2)} \\ &x_2 \leq 50 && \text{(Bahan mentah 3)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

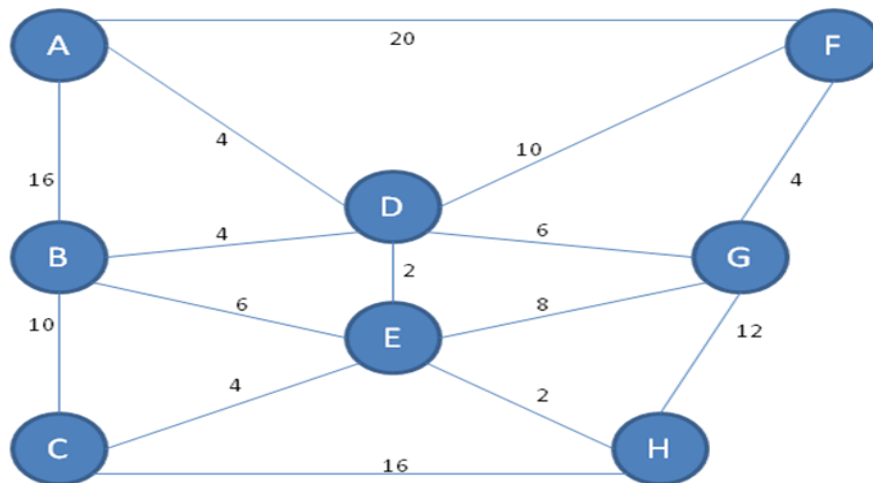
Asas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Penyelesaian
$z$	0	0	5	2	0	1180
$x_2$	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	15
$x_1$	1	0	0	1	0	50
$x_5$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	35

*Pembolehkan-pembolehkan lalai diwakili oleh  $x_3$ ,  $x_4$  dan  $x_5$ . Berdasarkan tablo yang diberi, jawab soalan-soal berikut.*

- Tentukan status setiap sumber.*
- Dalam sebutan keuntungan optimum, tentukan harga dual bagi bahan mentah 1, 2 dan 3.*
- Tentukan julat ketersauran bagi bahan mentah 1.*
- Tentukan julat keoptimuman bagi pekali  $x_2$  dalam fungsi matlamat.*
- Yang mana satu daripada dua perubahan-perubahan berikut akan memberi impak yang lebih ke atas nilai fungsi matlamat dalam penyelesaian akhir?*
  - tambahkan bahan mentah 2 sebanyak 10 unit.*
  - tambahkan bahan mentah 3 sebanyak 40 unit.*

[18 markah]

5. The government has commissioned a new township. The nodes (i.e. A, B, C, D, E, F, G) indicate the 7 blocks of housing area within the new township. The figure below shows possible electricity linkages across the respective block of housing areas. However, in order for electricity to be supplied, at least a path (i.e. cable) should be connected to each housing area. The values shown on the arc indicates the distance connecting to each pair of housing schemes. Determine the most economical cable network.



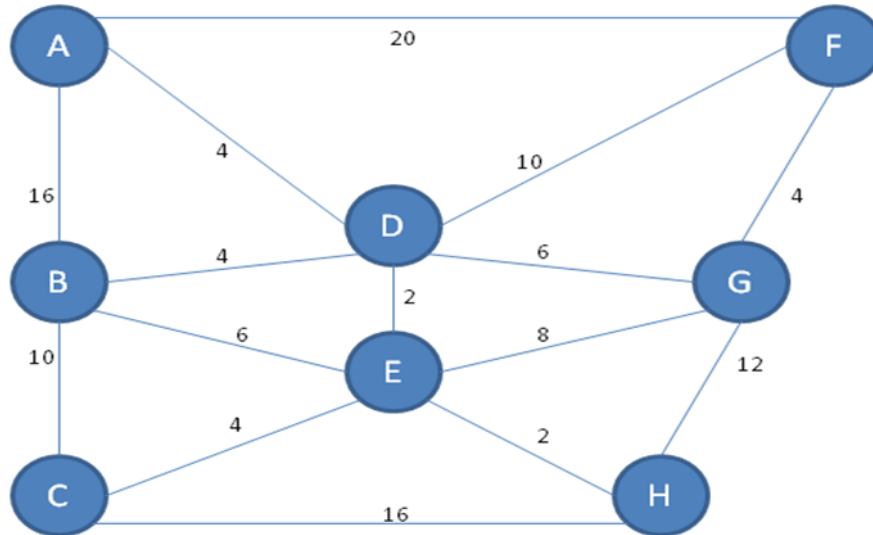
[13 marks]

6. A transportation company must move 40 units of a product from Penang to Singapore. The table below indicates transportation costs (in ringgit per unit) between the company's various depots across cities. Blank entries in the table show that transportation cannot occur between the corresponding cities. Find the cheapest shipping schedule.

	Georgetown	Ipoh	Kuala Lumpur	Shah Alam	Seremban	Johor	Singapore
Georgetown	---	6	7	---	38	---	90
Ipoh	6	---	21	16	---	36	80
Kuala Lumpur	7	21	---	12	25	27	---
Shah Alam	---	16	12	---	29	17	---
Seremban	38	---	25	29	---	14	20
Johor	---	36	27	17	14	---	13
Singapore	90	80	---	---	20	13	---

[12 marks]

5. Kerajaan telah mentauliahkan suatu kawasan perbandaran baru. Nod-nod (A, B, C, D, E, F, G) menunjukkan 7 blok kawasan perumahan dalam perbandaran baru itu. Gambarajah di bawah menunjukkan pautan kabel elektrik yang boleh dibina bagi menghubungkan kawasan-kawasan perumahan. Bagaimanapun, untuk membekalkan elektrik ke kawasan perumahan itu, sekurang-kurangnya satu laluan (i.e. kabel) perlu disambung ke setiap kawasan perumahan. Nilai-nilai pada lengkok menunjukkan jarak yang menghubungkan setiap pasangan kawasan perumahan. Tentukan rangkaian kabel paling berekonomik.



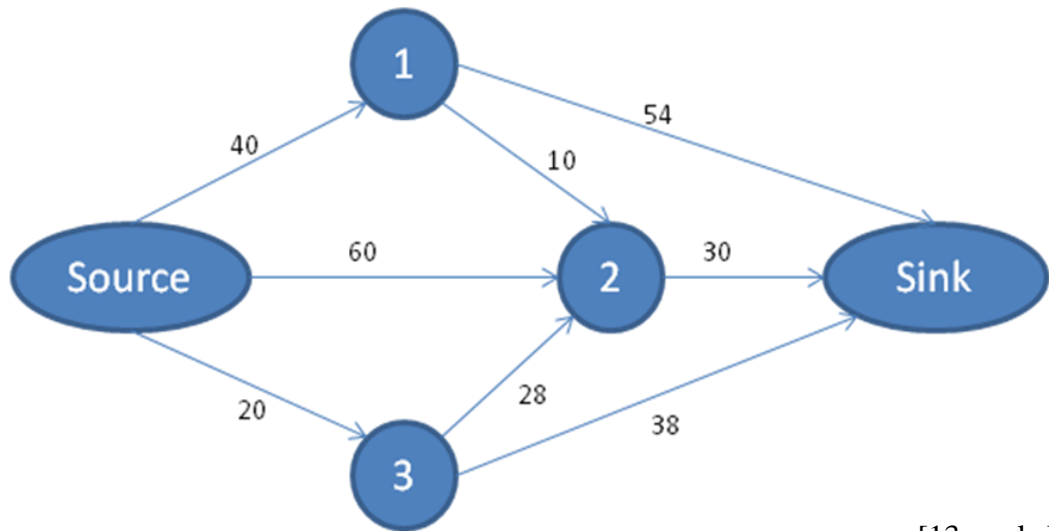
[13 markah]

6. Satu syarikat pengangkutan mesti menghantar sejumlah 40 unit suatu produk dari Pulau Pinang ke Singapura. Jadual di bawah menunjukkan kos pengangkutan (dalam ringgit seunit) antara gudang-gudang syarikat yang terletak di beberapa bandar. Catatan-catatan kosong dalam jadual menunjukkan bahawa pengangkutan tidak boleh berlaku di antara bandar-bandar tersebut. Tentukan jadual penghantaran termurah.

	Georgetown	Ipoh	Kuala Lumpur	Shah Alam	Seremban	Johor	Singapura
Georgetown	---	6	7	---	38	---	90
Ipoh	6	---	21	16	---	36	80
Kuala Lumpur	7	21	---	12	25	27	---
Shah Alam	---	16	12	---	29	17	---
Seremban	38	---	25	29	---	14	20
Johor	---	36	27	17	14	---	13
Singapura	90	80	---	---	20	13	---

[12 markah]

7. Find the maximum flow from the source to the sink. In addition, show the cut whose capacity equals the maximum flow in the network. The numbers on the arcs indicate the flow capacities of a certain product.



[13 marks]

8. Consider the simplified list of activities in constructing a house. The activities, predecessors and duration of the project are shown in the table below.

Activity	Description	Immediate Predecessors	Duration (Days)
A	Build foundation	-	10
B	Build walls and ceilings	A	16
C	Build roof	B	20
D	Do electrical wiring	B	10
E	Put in windows	B	8
F	Put on siding	E	12
G	Paint house	C,F	6

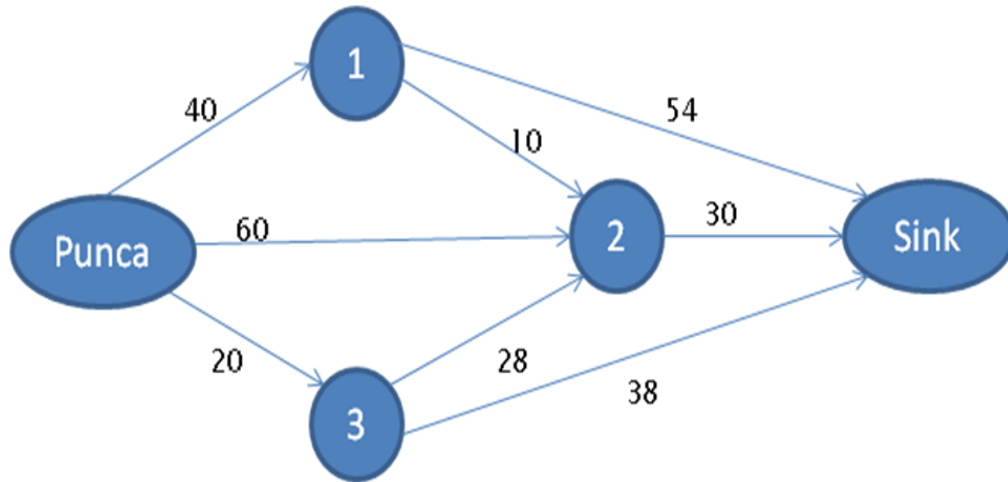
As the project manager, you are required to:

- Draw a project network,
- Determine the critical path,
- Find the total float of each activity, and
- Find the free float of each activity.

[12 marks]



7. Tentukan aliran maksimum dari punca ke sink. Seperkara lagi, tunjukkan potongan yang mempunyai kapasiti yang menyamai aliran maksimum rangkaian tersebut. Nombor-nombor pada lengkok menunjukkan kapasiti pengaliran produk tertentu.



[13 markah]

8. Pertimbangkan senarai aktiviti dalam pembinaan sebuah rumah. Huraian, kegiatan pendahulu, serta tempoh setiap kegiatan dalam menjayakan projek tersebut dinyatakan dalam jadual di bawah.

Aktiviti	Huraian	Pendahulu	Tempoh (hari)
A	Bina asas susuk rangka	-	10
B	Bina tembok-tembok dan siling-siling	A	16
C	Bina Bumbung	B	20
D	Pendawaian elektrik	B	10
E	Masukkan tingkap-tingkap	B	8
F	Masukkan papan dinding	E	12
G	Cat rumah	C,F	6

Sebagai seorang pengurus projek, anda dikehendaki:

- melukis rangkaian projek pembinaan rumah tersebut,
- menentukan laluan genting,
- mencari jumlah apungan setiap aktiviti, dan
- mencari apungan bebas setiap aktiviti

[12 markah]